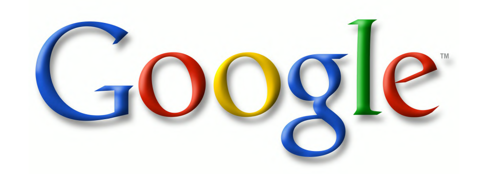

Google



COURS ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE

ET DE

NAVIGATION

PAR

P. CONSTAN,

EX-ENSEIGNE DE VAISSEAU,
PROFESSEUR D'HYDROGRAPHIE DE LA MARINE.

OUVRAGE EN HARMONIE AVEC LES DERNIERS PROGRAMMES D'EXAMENS
POUR LES BREVETS DE CAPITAINE AU LONG COURS.

PREMIÈRE PARTIE :

ASTRONOMIE.



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1903

COURS ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE

ET DE

NAVIGATION.

33507 PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS,
Quai des Grands-Augustins, 55.

COURS ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE

ET DE

NAVIGATION

PAR

P. CONSTAN,

EX-ENSEIGNE DE VAISSEAU,
PROFESSEUR D'HYDROGRAPHIE DE LA MARINE.

OUVRAGE EN HARMONIE AVEC LES DERNIERS PROGRAMMES D'EXAMENS POUR LES BREVETS DE CAPITAINE AU LONG COURS.

PREMIÈRE PARTIE :

ASTRONOMIE.



PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1903

AVANT-PROPOS.

Cet Ouvrage, publié à la demande de mes anciens élèves, comprend tout ce qui est exigé des candidats aux brevets simple et supérieur de Capitaine au long cours; mais il contient un peu plus : j'ai tenu en effet à ce que ce Cours soit complet, c'est-à-dire renferme tous les renseignements théoriques et pratiques qu'un Capitaine de navire moderne peut avoir besoin de connaître.

Je me suis toutefois efforcé de présenter les matières sous leur jour le plus simple, n'employant que des méthodes accessibles à quiconque possède les éléments de Mathématiques compris dans le programme d'enseignement des Écoles d'Hydrographie.

Dans le but de donner à mon travail le maximum de clarté et de cohésion, je ne me suis pas astreint à suivre l'ordre indiqué par le programme; j'ai même placé dans le *Cours d'Astronomie* certaines questions de navigation théorique qui y sont mieux à leur place, indiquant simplement par un astérisque, dans la Table des matières du premier Volume, celles de ces questions qui font officiellement partie du second.

Il me semble qu'ainsi dégagé de tous les impedimenta qui l'encombrent habituellement, le *Cours de navigation* gagne beaucoup en netteté et devient, par suite, plus facile à comprendre et à retenir.

La rapidité du calcul du point à la mer étant un élément de sécurité des plus importants, avec les vitesses de nos navires

actuels, j'ai cru bien faire en consacrant quelques pages à l'exposé des *Tables de point auxiliaire* de mon savant collègue, M. F. Souillagouët, Ouvrage couronné par l'Académie des Sciences et qui devrait se trouver entre les mains de tout Capitaine désireux de calculer vite et bien.

Pour rédiger le *Cours de navigation* je me suis fréquemment inspiré des leçons si claires et si pratiques de mes anciens Professeurs de l'École Navale, notamment pour la description du sextant, la description du mécanisme des chronomètres et l'étude des erreurs du point : il m'était impossible de trouver de meilleurs guides.

J'ai, en outre, emprunté au *Manuel des instruments nautiques* de M. le Commandant Guyou, les Cartes d'égale inclinaison et d'égale intensité magnétique horizontale, indispensables pour résoudre complètement le problème capital de la compensation des compas.

Je m'estimerai heureux si, malgré les imperfections inévitables d'une première publication, mon travail peut être utile aux Navigateurs et faciliter, aux élèves des Écoles d'Hydrographie, l'étude de leurs deux Cours les plus importants.

Saint-Brieuc, le 5 juillet 1903.

P. C.

N. B. — J'ai supposé, en rédigeant ce Cours, que le Lecteur possédait les nouvelles Tables si pratiques et si commodes de *Friocourt,* officiellement adoptées par l'École Navale. Toutefois, comme beaucoup de marins se servent encore des Tables de *Caillet*, on trouvera à la fin du second Volume la correspondance des Tables de ces deux Auteurs.

COURS ÉLÉMENTAIRE

D'ASTRONOMIE

ET DE

NAVIGATION.

INTRODUCTION.

1. L'Astronomie a pour but l'étude des *astres* et des phénomènes qu'ils peuvent nous présenter.

Les astres sont le Soleil, la Lune et cette multitude de points brillants que l'on aperçoit dans le Ciel pendant les nuits sereines.

2. *Mouvement général des astres.* — De prime abord les astres nous paraissent immobiles, mais il suffit d'observer l'un quelconque d'entre eux, pendant un certain temps, pour constater qu'il se déplace lentement par rapport à des repères fixes tels que maisons, clochers, arbres, etc.

On reconnaît aussi que les astres semblent se diriger, tous ensemble, vers une même région du Ciel.

3. *Sphère céleste locale.* — Les astres qui parsèment la voûte céleste sont isolés les uns des autres; les distances qui les séparent de nous doivent être différentes et cependant ils nous paraissent également éloignés : ils nous font l'effet d'être placés sur une sphère de rayon immense dont notre œil serait le centre.

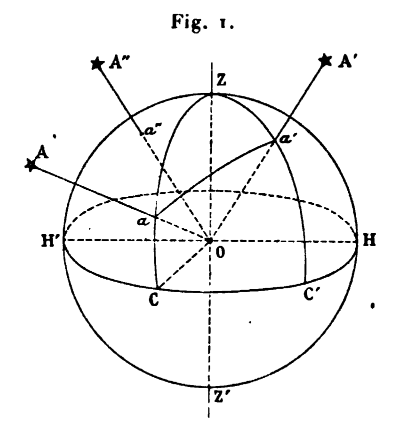
Cette sphère, appelée *sphère céleste locale* ou simplement *sphère locale,* est purement idéale: néanmoins, pour plus de simplicité dans l'étude des corps célestes, nous supposerons qu'elle existe

réellement et nous regarderons tous les astres comme se mouvant sur sa surface intérieure.

La sphère locale d'un observateur est donc une sphère idéale, de rayon immense mais arbitraire, ayant pour centre l'œil de l'observateur, et sur la surface intérieure de laquelle paraissent se mouvoir tous les astres.

Le point O (*fig.* 1) représentant l'œil de l'observateur; OA,

Fig. 1.



OA′, OA″, ..., les directions suivant lesquelles il aperçoit les astres A, A′, A″, ..., on voit que regarder ces astres comme placés sur la surface de la sphère céleste revient à les remplacer par leurs projections a, a', a'', ... sur cette sphère.

Il ne peut résulter aucun inconvénient de cette substitution, puisque, les distances OA, OA′, OA″, ... étant pour la plupart inconnues, on ne considère habituellement que les angles formés par ces directions, soit entre elles, soit avec des directions fixes et bien déterminées.

4. *Verticale. Verticaux.* — On appelle *verticale* d'un lieu, la direction de la pesanteur en ce lieu : on démontre en Physique que cette direction est donnée par le fil à plomb et qu'elle est normale, en chaque lieu, à la surface des eaux tranquilles.

La verticale d'un lieu O (*fig.* 1) perce la sphère locale en deux points diamétralement opposés : l'un Z, visible et situé au-dessus de la tête de l'observateur, s'appelle le *zénith;* l'autre Z′, caché par le sol, s'appelle le *nadir*.

Le point où la verticale d'un lieu rencontre la surface de la terre se nomme le *pied de la verticale:* à moins d'indications contraires, nous regarderons toujours l'œil de l'observateur comme placé au pied de la verticale du lieu où il se trouve.

Tout plan passant par la verticale d'un lieu est un plan vertical; l'intersection de ce plan avec la sphère locale est un grand cercle que l'on appelle un *vertical.*

Le vertical de l'astre A est donc le grand cercle Z*a*C obtenu en coupant la sphère locale par un plan contenant la verticale OZ et l'astre A.

5. *Horizon apparent. Horizon visible.* — Tout plan perpendiculaire à la verticale d'un lieu est un plan horizontal.

On appelle *horizon apparent* d'un lieu, le plan horizontal mené par le pied de la verticale en ce lieu; on appelle surtout ainsi le grand cercle HH′ (*fig.* 1) qui est l'intersection du plan précédent avec la sphère locale.

On appelle *horizon visible* d'un lieu, la courbe circulaire qui limite, à la surface de la terre, la vue d'un observateur placé en ce lieu.

6. *Coordonnées locales d'un astre.* — Soient (*fig.* 1) HH′ l'horizon apparent d'un lieu O, OZ la verticale de ce lieu, Z le zénith, Z′ le nadir et A un astre.

Pour pouvoir préciser dans quelle direction se trouve l'astre A, il suffit évidemment de connaître :

1° L'angle que fait le vertical Z*a*C de l'astre avec un vertical origine, choisi une fois pour toutes, le vertical ZHZ′ par exemple. Cet angle qui se nomme l'*azimut* de l'astre est mesuré par l'angle plan HOC du dièdre HZOC; il est aussi mesuré par l'arc d'horizon HC.

On convient de compter les azimuts de 0° à 180° vers la droite ou vers la gauche, à partir du vertical origine.

2° L'angle COA que fait avec l'horizon apparent, le rayon visuel qui va de l'observateur à l'astre. Cet angle se nomme la *hauteur* de l'astre au-dessus de l'horizon et a pour mesure l'arc de vertical CA.

Souvent, au lieu de la hauteur d'un astre on considère son complément ZOA. Cet angle que l'on appelle la *distance zénithale* de

l'astre a pour mesure l'arc de vertical ZA compris entre le zénith et la projection de l'astre sur la sphère locale.

La hauteur d'un astre est toujours moindre que 90° : on convient de la regarder comme positive ou négative selon que l'astre et le zénith sont d'un même côté de l'horizon apparent ou de côtés différents.

L'azimut et la hauteur d'un astre sont ce que l'on appelle les *coordonnées locales* de cet astre.

7. *Distance angulaire de deux astres.* — La distance angulaire de deux astres A et A′ (*fig.* 1) est l'angle AOA′ formé par les directions suivant lesquelles on les aperçoit.

La connaissance des coordonnées locales simultanées de ces deux astres permet de calculer aisément leur distance angulaire. En effet, a et a' étant les projections de A et A′ sur la sphère locale, en traçant les arcs de grands cercles Za, Za', aa' nous formons un triangle sphérique dans lequel on connaît:

$$Za = N = \text{distance zénithale de l'astre A},$$
$$Za' = N' = \text{distance zénithale de l'astre A}',$$
$$aZa' = Z' = \text{différence des azimuts des astres A et A}'.$$

Ce triangle est donc déterminé et, par suite, en désignant par x l'arc aa' qui mesure la distance angulaire AOA′, on a

$$\cos x = \cos N \cos N' + \sin N \sin N' \cos z',$$

formule qui permet d'obtenir x sans difficulté.

CHAPITRE I.

INSTRUMENTS D'OBSERVATION.

8. Observer un astre, c'est étudier sa forme, les phénomènes qui se produisent à sa surface et déterminer sa position exacte sur la sphère locale.

Comme tous les astres sont en mouvement, ainsi que nous l'avons déjà constaté, une observation d'astre ne sera complète que si l'on indique l'instant où elle a été effectuée.

Pour pouvoir procéder avec précision à l'étude du Ciel il faut donc posséder des instruments permettant :

1° d'augmenter le plus possible la puissance de notre vue;
2° de déterminer exactement les coordonnées locales des astres;
3° de mesurer le temps.

Nous allons donc décrire et étudier les instruments utilisés par les astronomes pour réaliser ces divers desiderata.

I. — NOTIONS D'OPTIQUE.

9. On appelle *Optique,* la partie de la Physique qui a pour but l'étude de la lumière.

On a fait de nombreuses hypothèses sur la nature de la lumière: celle qui est admise généralement aujourd'hui, parce qu'elle permet d'expliquer aisément les faits mis en évidence par l'expérience, est celle des ondulations.

D'après cette hypothèse, *tout corps lumineux est le siège d'un mouvement vibratoire rapide qui se transmet à notre œil par l'intermédiaire d'un fluide subtil et élastique, appelé éther, qui existe partout, même dans le vide, même dans les corps matériels.*

10. *Propagation de la lumière.* — Quand la lumière se transmet librement dans un milieu transparent et homogène, elle marche en ligne droite.

Si l'on dispose en effet entre l'œil et le point lumineux plusieurs écrans percés chacun d'un petit trou, on vérifie que l'on ne peut apercevoir le point lumineux, à travers les écrans, que lorsque les trous sont sur une même ligne droite passant par ce point.

Une vérification grossière de ce principe important peut être obtenue de la manière suivante : si l'on fait entrer la lumière du Soleil par une très petite ouverture pratiquée dans le volet d'une chambre obscure, elle produit une raie lumineuse rectiligne due à l'illumination des poussières en suspension dans l'air.

On donne le nom de *rayon lumineux* à toute droite partant d'un point lumineux et suivant laquelle la lumière se propage.

11. *Vitesse de propagation de la lumière.* — Des expériences très précises exécutées par les physiciens Fizeau et Cornu ont permis de déterminer la vitesse de propagation de la lumière dans l'air.

Cette vitesse est de 300 330^{km} ou, en chiffres ronds, de 75 000 lieues à la seconde.

12. *Corps transparents. Corps opaques.* — Il existe un certain nombre de corps à travers lesquels les rayons lumineux peuvent passer en restant toujours distincts les uns des autres : ces corps sont dits *diaphanes* ou *transparents*.

En regardant à travers les corps *transparents,* on peut distinguer nettement les objets placés derrière eux : tels sont le verre, le cristal, l'eau, les gaz.

D'autres corps laissent passer la lumière mais en enchevêtrant tous les rayons lumineux, de sorte qu'on ne peut distinguer nettement les objets placés derrière eux : ce sont les corps *translucides.* Tels sont le verre dépoli, le papier, l'albâtre, la corne.

Enfin il existe d'autres corps qui interceptent complètement les rayons lumineux : ces corps sont dits *opaques.* Tels sont les métaux, le bois, les pierres.

Des corps opaques laissent cependant passer la lumière lorsqu'ils sont extrêmement minces ; c'est ce qui a lieu par exemple pour l'or en feuilles, qui laisse passer une lumière verdâtre.

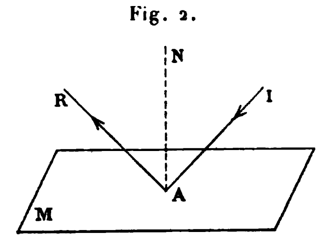
Réflexion de la lumière sur les miroirs plans.

13. Lorsqu'un rayon lumineux IA (*fig.* 2) vient rencontrer un *miroir* plan M, c'est-à-dire une surface plane, parfaitement polie et opaque, ce rayon est dévié et renvoyé dans une direction nouvelle et unique AR.

Cette déviation est le phénomène appelé *réflexion de la lumière.*

Pour mettre ce phénomène en évidence, on peut procéder de la manière suivante : on fait entrer dans une chambre obscure un

Fig. 2.



faisceau de rayons solaires, puis l'on interpose un miroir sur le trajet du faisceau. On voit aussitôt celui-ci se briser sur le miroir et prendre une direction unique et bien déterminée.

Le point A où le rayon lumineux rencontre le miroir M s'appelle le *point d'incidence.* On appelle *plan d'incidence*, le plan déterminé par le rayon incident IA et la normale AN au miroir, menée par le point d'incidence ; *angle d'incidence* l'angle $IAN = i$ formé par le rayon incident et la normale ; *angle de réflexion,* l'angle $NAR = r$ formé par le rayon réfléchi et la normale.

14. *Lois de la réflexion. Leur vérification expérimentale.* — Le phénomène de la réflexion d'un rayon lumineux par un miroir plan obéit aux deux lois suivantes :

I. *Le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale sont dans un même plan ;*

II. *L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion.*

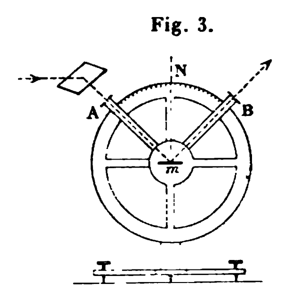
Il existe plusieurs procédés pour vérifier ces lois importantes; nous indiquerons simplement la vérification expérimentale que l'on peut en faire à l'aide de l'appareil de Silbermann.

Cet appareil (*fig.* 3) consiste essentiellement en un cercle vertical gradué porté par un pied muni de trois vis calantes.

Ce cercle porte un miroir métallique *m* fixé en son centre, normalement au rayon vertical *m*N. Il porte en outre deux alidades *m*A et *m*B, mobiles autour de son centre et munies chacune d'un tube de diamètre intérieur très petit, afin que les faisceaux lumineux qui les traversent puissent être considérés comme de simples rayons.

Si, par l'une des alidades, A, on dirige un rayon lumineux sur le miroir *m*, l'expérience montre qu'en déplaçant convenablement l'alidade B, elle peut recueillir le rayon réfléchi.

Fig. 3.



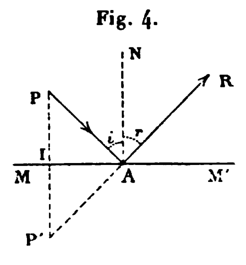
Comme, par construction, les axes des tubes décrivent un plan vertical parallèle à celui du cercle, la première loi est vérifiée.

Pour vérifier la seconde il suffit de lire, sur les graduations du cercle, les valeurs des arcs NA et NB: on constate que ces deux arcs sont égaux.

15. *Image d'un objet vu dans un miroir plan.* — Quand on regarde dans un miroir plan, on croit voir derrière lui les objets qui sont placés devant. Les lois de la réflexion permettent d'expliquer facilement cette illusion.

1° Considérons d'abord le cas d'un point unique P envoyant sur

Fig. 4.



le miroir plan MM' (*fig.* 4) un rayon lumineux PA et prenons pour plan de la figure le plan d'incidence PAN de ce rayon.

On sait que le rayon réfléchi AR est également situé dans ce plan et que les angles PAN et NAR sont égaux.

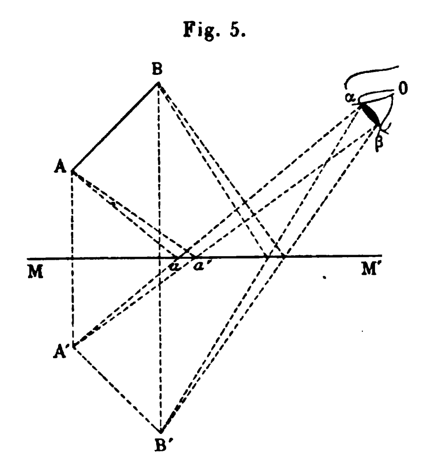
Or, si nous abaissons du point P la perpendiculaire PI sur le miroir et si nous la prolongeons jusqu'à sa rencontre en P′ avec le rayon réfléchi AR, nous formons deux triangles rectangles PAI et P′AI qui sont égaux comme ayant le côté AI commun et les angles PAI et P′AI égaux comme compléments, l'un de l'angle d'incidence, l'autre de l'angle de réflexion. Donc PI = P′I.

Comme le même raisonnement s'appliquerait à tout autre rayon émané du point P, il en résulte que tous les rayons réfléchis passent par le point P′, de sorte que, si un observateur place son œil en R, il voit les rayons réfléchis venant de P exactement comme s'ils émanaient du point P′, symétrique de P par rapport au miroir MM′.

Le point P′ est dit l'*image* du point P dans le miroir.

2° Considérons maintenant le cas d'un objet placé devant le miroir plan et soient A et B deux points de cet objet (*fig.* 5).

Fig. 5.



Prenons pour plan de la figure le plan vertical contenant ces deux points : leurs images étant les points A′ et B′, symétriques de A et de B, l'image de AB sera la droite symétrique A′B′.

L'image de AB paraîtra donc *renversée*, car si le point B est le point le plus élevé au-dessus du miroir, la figure montre que son image B′ est, au contraire, le point le plus bas au-dessous de MM′.

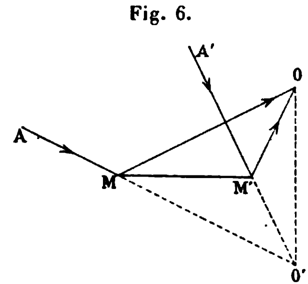
L'observateur ayant son œil au point O, il est facile de se rendre compte de la marche des rayons lumineux qu'il reçoit des divers points de l'objet. Nous venons de voir en effet que l'image du point A

était en A′ : l'observateur verra donc tous les rayons lumineux qui, partant de A′, viendront pénétrer dans la pupille de son œil, c'est-à-dire tous ceux qui seront contenus dans le cône qui a le point A′ comme sommet et la pupille $\alpha\beta$ comme base. Or, si a et a' sont les intersections de $A'\alpha$ et de $A'\beta$ avec MM′, il est clair que les rayons reçus par l'œil seront ceux qui, émanés de A, resteront compris dans le cône qui a A pour sommet, aa' pour base et qui sont réfléchis vers la pupille $\alpha\beta$.

Des constructions analogues donneraient les rayons lumineux émanés des autres points de l'objet.

16. *Champ d'un miroir plan pour une position déterminée de l'œil.* — On appelle *champ d'un miroir* la région de l'espace qui peut être aperçue dans ce miroir, l'œil étant placé dans une position déterminée. Soit O (*fig.* 6) la position de l'œil que nous supposerons réduit à un point.

Fig. 6.



Tous les rayons réfléchis qui viennent du miroir et arrivent en O sont compris entre les droites OM et OM′ qui joignent le point O aux bords M et M′ de la surface réfléchissante.

Or, les rayons réfléchis OM et OM′ correspondent à deux rayons incidents AM et A′M′ dont les prolongements vont aboutir au point O′, symétrique de O par rapport au miroir.

Les seuls rayons qui arriveront au point O sont donc ceux qui se trouvent compris dans l'angle AO′A′. Dans l'espace, le champ est par suite limité par le miroir et par le cône qui a son sommet en O′ et dont les génératrices s'appuient sur le contour extérieur du miroir.

Il est clair que ce champ varie avec la position de l'œil.

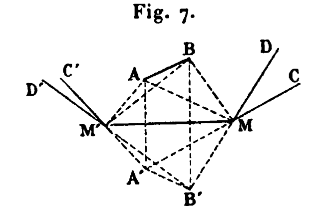
17. *Position que doit occuper l'œil pour qu'il puisse voir*

l'image d'un objet. — Supposons, pour fixer les idées, que l'objet AB (*fig.* 7) soit rectiligne et que le plan passant par cet objet, perpendiculairement au miroir, coupe celui-ci suivant une droite MM'. En prenant ce plan pour plan de la figure, on voit que l'image de AB est A'B'. Pour apercevoir le point A', il faut que l'œil soit placé au-dessus de MM' et se trouve entre les droites MC et M'C' qui sont les rayons réfléchis extrêmes émanés de A. De même, pour apercevoir B', il faut que l'œil soit placé entre les droites MD et M'D'.

Donc, pour voir l'image entière, il faut que l'œil se trouve entre les droites MD et M'C'.

Si l'on considère le phénomène dans l'espace, l'œil devra se placer

Fig. 7.



dans la région commune à deux cônes qui ont pour sommets A' et B' et dont les génératrices s'appuient sur le contour extérieur du miroir.

Réfraction de la lumière.

18. Quand un rayon lumineux passe obliquement d'un milieu transparent homogène dans un autre milieu transparent homogène, mais de nature différente du premier, ce rayon est dévié de sa direction primitive.

C'est cette déviation qui constitue le phénomène connu sous le nom de *réfraction de la lumière*.

Pour mettre en évidence le phénomène de la réfraction, on peut procéder de la manière suivante : on fait entrer dans une chambre obscure un pinceau de rayons solaires que l'on fait aboutir au fond d'un vase en verre V (*fig.* 8) et l'on marque soigneusement le point *a* où arrive ce rayon lumineux.

Si l'on remplit ensuite le vase avec de l'eau par exemple, on constate que le faisceau lumineux aboutit en un point *c*, plus rapproché de la normale AN à la surface du liquide : il y a donc eu déviation du rayon lumineux.

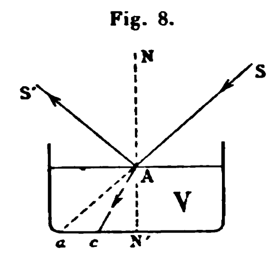
Si le vase, au lieu d'avoir une forme quelconque, est un vase

parallélépipédique à parois transparentes, si l'eau est trouble et l'air rempli de poussières en suspension, on peut suivre la marche du rayon lumineux et constater que c'est à la surface même du liquide que s'effectue la réfraction.

On constate en outre que si, à l'aide d'un miroir, on fait arriver le rayon lumineux perpendiculairement à la surface du liquide, il ne subit aucune déviation.

Le point A où le rayon lumineux vient rencontrer la surface de séparation des deux milieux s'appelle le ***point d'incidence;*** on

Fig. 8.



appelle ***rayon incident*** le rayon lumineux qui, parti de la source lumineuse, vient aboutir au point d'incidence; on donne le nom de ***rayon réfracté*** au rayon dévié dans le second milieu. L'angle SAN du rayon incident et de la normale est l'***angle d'incidence;*** l'angle N'Ac formé par cette même normale et le rayon réfracté s'appelle l'***angle de réfraction***.

19. ***Remarque.*** — Quand un rayon lumineux SA vient rencontrer la surface libre d'un liquide transparent, il ne pénètre pas intégralement dans ce liquide : une partie se réfléchit en effet sur la surface libre en obéissant aux lois ordinaires de la réflexion.

Pour s'en convaincre, il suffit de placer l'œil en S', de telle sorte que l'angle S'AN soit égal à NAS : on aperçoit alors dans cette direction la lumière réfléchie.

Il résulte de là que, chaque fois qu'un faisceau de rayons lumineux rencontre obliquement la surface de séparation de deux milieux transparents, il perd, en pénétrant du premier milieu dans le second, une certaine partie de son intensité : la proportion de la lumière réfractée augmente d'ailleurs quand l'angle d'incidence diminue.

On peut vérifier ce fait important en recevant dans une chambre noire un faisceau lumineux sur une lame de verre par exemple. Si la lame est presque normale aux rayons incidents, les rayons réfléchis sont très peu intenses tandis que le faisceau qui traverse la lame

est presque aussi brillant que le rayon incident. Au contraire, si l'angle d'incidence est voisin de 90°, c'est le faisceau réfléchi qui a une intensité presque égale à celle du faisceau incident tandis que le faisceau réfracté a une intensité presque nulle.

20. *Lois de la réfraction. Leur vérification expérimentale.* — Les lois de la réfraction, découvertes par Descartes, sont au nombre de deux :

I. *Le rayon incident, le rayon réfracté et la normale sont dans un même plan;*

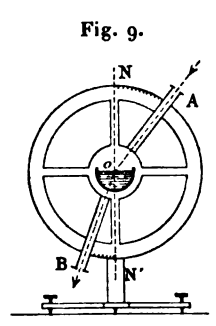
II. *Pour deux milieux donnés, le rapport du sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle de réfraction est constant quel que soit l'angle d'incidence.*

Pour vérifier expérimentalement ces deux lois importantes, on se sert de l'appareil de Silbermann en adaptant, à la place du miroir dont nous nous étions servis pour la vérification des lois de la réflexion, un vase demi-cylindrique dont l'axe passe par le centre du cercle vertical.

Ce vase est rempli d'un liquide transparent quelconque de manière que sa surface libre affleure le centre du cercle.

Ceci fait, fixons l'alidade A (*fig.* 9) dans une position quelconque, puis, au moyen d'un miroir, faisons passer un rayon lumineux dans

Fig. 9.



le tube A : ce rayon lumineux venant rencontrer la surface libre du liquide se réfracte et, comme les parois de la cuve sont cylindriques, sort perpendiculairement à la surface extérieure de la cuve, c'est-à-dire sans subir de déviation.

On reconnaît alors qu'en déplaçant convenablement l'alidade B elle peut recueillir le rayon réfracté.

Comme, par construction, les axes des tubes A et B décrivent un

plan vertical parallèle à celui du cercle, la première loi se trouve vérifiée.

Pour vérifier la seconde, il suffit de lire, sur les graduations du cercle, les valeurs des arcs NA et N'B puis de former le rapport des sinus de ces deux arcs. Si l'on répète la même opération en donnant à l'alidade A des directions quelconques, on constate que l'on a constamment :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r'} = \ldots = \text{const.}$$

21. *Remarque.* — Si l'on voulait vérifier les lois de la réfraction de la lumière à travers un corps solide transparent, il suffirait de remplacer la cuve par un fragment du corps en question, après l'avoir préalablement taillé en forme de demi-cylindre.

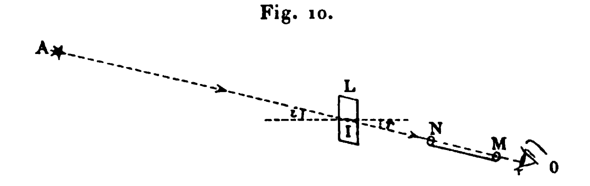
22. *Indice de réfraction.* — On appelle *indice relatif de réfraction* d'une substance par rapport à une autre, le rapport constant n des sinus des angles d'incidence et de réfraction. Donc, par définition,

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

On voit que l'appareil de Silbermann permet de déterminer aisément les indices de réfraction des corps solides et liquides par rapport à l'air.

23. *Réfraction à travers une lame transparente à faces parallèles.* — Soit MN (*fig.* 10) une règle métallique portant un

Fig. 10.



disque percé d'un trou très petit à chacune de ses deux extrémités.

L'œil étant placé en O, visons un point très éloigné A, puis interposons sur le trajet du rayon lumineux AO une lame transparente L, à faces parallèles.

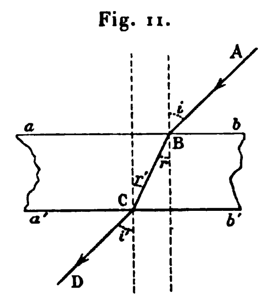
Quelle que soit l'inclinaison de la lame L sur OA, on reconnaît que le point A se voit invariablement dans la direction MN.

Comme le rayon lumineux qui traverse L a été certainement dévié, nous devons conclure de cette expérience que les angles d'entrée et de sortie du rayon lumineux sont les mêmes et que l'épaisseur de L est négligeable vis-à-vis de la distance OA.

24. *Remarque.* — On verrait absolument de même que si plusieurs lames transparentes à faces parallèles, d'épaisseurs et de substances différentes, sont juxtaposées de manière à former une seule lame, le rayon incident est encore parallèle au rayon émergent.

25. *Indice de retour.* — Soient ab et $a'b'$ (*fig.* 11) les deux faces

Fig. 11.



parallèles d'une lame transparente et AB un rayon lumineux venant rencontrer ab au point B.

D'après ce que nous venons de voir, le rayon de sortie CD est parallèle à AB.

Or, en considérant le rayon AB comme émanant de A et en désignant par n l'indioe de la lame par rapport à l'air, on a

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

De même, si l'on désigne par n' l'indice de l'air par rapport à la lame, on a pour le rayon BC

$$\frac{\sin r'}{\sin i'} = n'.$$

Or, sur la figure, on voit que $r = r'$ comme alternes-internes et, comme $i = i'$, il en résulte que cette dernière relation peut s'écrire

$$\frac{\sin r}{\sin i} = n',$$

et par suite que l'on a

$$n' = \frac{1}{n}.$$

Ainsi donc, l'*indice de l'air par rapport à un milieu est l'inverse de l'indice de ce milieu par rapport à l'air.*

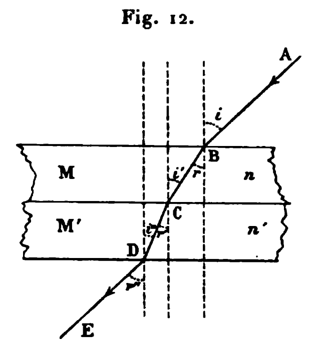
Il suffit, par conséquent, de connaître l'un des deux indices pour avoir immédiatement l'autre.

L'indice n' s'appelle l'*indice de retour,* parce que, si le rayon lumineux DC émanait du point D, il sortirait évidemment de la lame ab, $a'b'$ en suivant la direction BA.

26. *Indices relatifs de deux milieux quelconques.* — L'appareil de Silbermann ne permet de déterminer les indices relatifs des milieux que par rapport à l'air.

Or, il est important de savoir calculer l'indice relatif d'un milieu quelconque, par rapport à un autre milieu quelconque. Voici comment on y parvient : soient M et M' (*fig.* 12) deux milieux superposés et

Fig. 12.



ayant leurs faces parallèles; n et n' leurs indices par rapport à l'air; ABCDE le trajet d'un rayon lumineux à travers l'ensemble formé par ces deux milieux.

Si l'on désigne par i, r, i', r', i'', r'' les angles successifs d'incidence et de réfraction et par x l'indice inconnu du milieu M' par rapport à M, on a :

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \qquad \frac{\sin i'}{\sin r'} = x, \qquad \frac{\sin i''}{\sin r''} = \frac{1}{n'}.$$

Multipliant membre à membre ces trois relations, il vient

$$\frac{\sin i \sin i' \sin i''}{\sin r \sin r' \sin r''} = \frac{nx}{n'},$$

c'est-à-dire

$$\frac{\sin i'}{\sin r'} = x = \frac{n'}{n}$$

puisque $i = r''$; $i' = r$; $i'' = r'$. On voit donc que : *le rapport des sinus des angles d'incidence et de réfraction, pour un rayon lumineux qui passe d'un milieu dans un autre, est égal au rapport inverse des indices de réfraction de ces deux milieux par rapport à l'air.*

27. *Indices absolus de réfraction.* — On appelle *indice absolu* de réfraction d'une substance transparente, l'indice de réfraction de cette substance par rapport au vide.

Il résulte de cette définition que l'indice de réfraction du vide est égal à 1.

L'indice absolu de l'air, déterminé avec une grande précision par des procédés que nous ne pouvons exposer ici, est égal à 1,000294.

Or, il résulte de ce que nous venons de voir que, si la région M (*fig.* 12) est occupée par le vide et la région M' par une substance quelconque, on a :

$$\text{Indice absolu de } M' = \frac{\sin i''}{\sin r'} = \frac{\text{indice de } M' \text{ par rapport à l'air}}{\text{indice de } M \text{ par rapport à l'air}},$$

c'est-à-dire

$$\text{Indice absolu de } M' = \frac{\text{indice de } M' \text{ par rapport à l'air}}{\dfrac{1}{1,000294}}$$

car on sait que l'indice du vide par rapport à l'air est l'inverse de celui de l'air par rapport au vide.

On peut donc écrire finalement que :

$$\text{Indice absolu de } M' = \text{indice de } M' \text{ par rapport à l'air} \times 1,000294,$$

ce qui nous montre que, *pour obtenir des indices absolus des substances transparentes, il suffit de multiplier par* 1,000294 *leurs indices relatifs par rapport à l'air.*

28. *Remarque I.* — Nous avons vu que l'indice x d'une substance par rapport à une autre avait pour expression :

$$x = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n},$$

n' et n représentant les indices des deux substances par rapport à l'air. On a donc aussi :

$$x = \frac{n' \times 1,000294}{n \times 1,000294} = \frac{n'_1}{n_1}$$

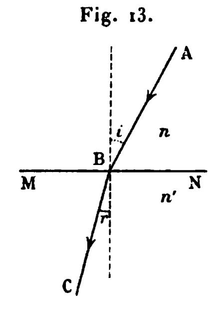
en désignant par n'_1 et n_1, les indices absolus des deux milieux. Il résulte de là que : *le rapport des sinus d'incidence et de réfraction, pour un rayon lumineux qui pénètre d'un milieu dans un autre, est égal au rapport inverse des indices absolus de réfraction de ces deux milieux.*

29. *Remarque II.* — Si l'on examine le Tableau des indices absolus de réfraction des substances solides, liquides ou gazeuses, on constate que ces indices croissent avec les densités de ces substances. En d'autres termes, si deux substances ont des densités différentes, celle qui a la plus grande densité a aussi le plus grand indice absolu de réfraction.

30. *Remarque III.* — Il résulte de la remarque précédente que *lorsqu'un rayon lumineux pénètre d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense, il se réfracte en se rapprochant de la normale.*

Soient en effet MN (*fig.* 13) la surface de séparation de deux

Fig. 13.



milieux quelconques, AB le rayon incident, BC le rayon réfracté, n et n' les indices absolus des deux milieux. On a donc la relation

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n}.$$

Si nous supposons que la densité du milieu inférieur soit plus grande que celle du milieu supérieur, il résulte de la remarque précédente que n' est plus grand que n, de sorte que l'on a

$$\frac{\sin i}{\sin r} > 1$$

ou

$$\sin i > \sin r$$

et par suite

$$i > r$$

puisque i et r sont tous deux moindres que 90°. Cette remarque nous sera très utile par la suite.

II. — LENTILLES.

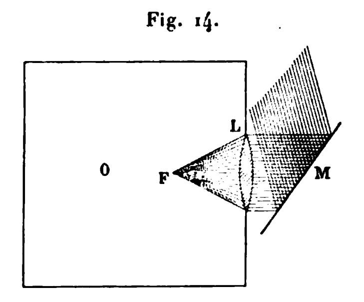
31. *Définition.* — On appelle *lentilles* des masses transparentes, généralement en verre, limitées par deux surfaces sphériques ou par une surface sphérique et une surface plane.

Comme les lentilles forment la partie essentielle des divers instruments d'optique qui servent à l'étude du ciel, il est indispensable d'en connaître les principales propriétés.

32. *Différentes sortes de lentilles.* — Les lentilles se divisent en deux parties : les *lentilles à bords minces,* dont l'épaisseur va en croissant depuis les bords jusqu'au centre, et les *lentilles à bords épais,* dont l'épaisseur va en décroissant depuis les bords jusqu'au centre.

Les lentilles à bords minces sont appelées aussi *lentilles convergentes* parce que, si l'on enchâsse l'une d'elles L (*fig.* 14) dans le

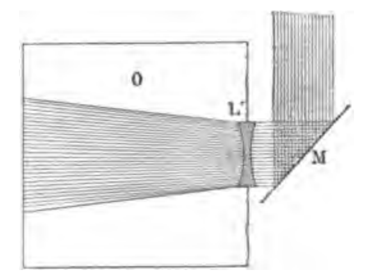
Fig. 14.



volet d'une chambre obcure O, puis que l'on dirige sur elle, à l'aide d'un miroir M, un faisceau de rayons solaires parallèles, on voit les rayons lumineux qui ont traversé la lentille *converger* vers un même point F, formant ainsi un cône lumineux ayant la lentille pour base et le point F pour sommet.

Si l'on remplace la lentille à bords minces par une lentille L' (*fig.* 15) à bords épais, en procédant comme ci-dessus, on constate que les rayons lumineux, en pénétrant dans la chambre, s'épanouissent et forment un tronc de cône lumineux ayant la lentille L' pour petite base : les rayons lumineux parallèles qui traversent une

Fig. 15.

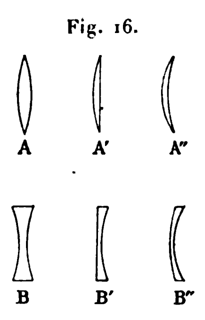


lentille à bord épais deviennent donc divergents, d'où le nom de *lentilles divergentes* donné à ces lentilles.

Les lentilles à bords minces comportent trois variétés : les lentilles *bi-convexes* telles que A (*fig.* 16); les lentilles *plan-convexes* telles que A' et les *ménisques convergents* tels que A''.

Les lentilles à bords épais comportent également trois variétés :

Fig. 16.



les lentilles *bi-concaves* telles que B; les lentilles *plan-concaves* telles que B' et les *ménisques divergents* tels que B''.

Les types les plus fréquemment employés dans les instruments d'optique que nous aurons à étudier sont : la lentille bi-convexe et la lentille bi-concave.

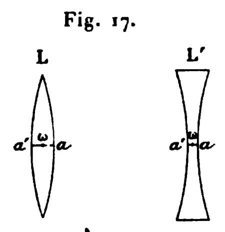
Les autres variétés ne sont ordinairement pas employées isolément : habituellement elles sont assemblées pour former des lentilles bi-concaves ou bi-convexes.

Nous n'étudierons donc que ces deux seuls types principaux.

33. *Axe principal d'une lentille.* — On appelle *axe principal* d'une lentille, la droite qui passe par les centres des deux surfaces sphériques qui constituent la lentille.

34. *Centre optique. Plan optique.* — On appelle *centre optique* d'une lentille bi-convexe ou bi-concave, le point ω (*fig.* 17) qui

Fig. 17.



divise son épaisseur centrale en parties proportionnelles aux rayons des deux faces.

Ainsi donc, ω étant le centre optique de la lentille L ou de la lentille L', on a :

$$\frac{\omega a}{\omega a'} = \frac{R}{R'},$$

R étant le rayon de la face a et R' celui de la face a'.

Si $R = R'$, ce qui est le cas le plus fréquent, le seul dont nous nous occuperons, on voit que le point ω est au milieu de l'épaisseur aa'.

On appelle *plan optique* d'une lentille, le plan perpendiculaire à l'axe principal et passant par le centre optique.

35. *Axe secondaire.* — On appelle *axe secondaire* d'une lentille, toute droite passant par le centre optique.

36. *Foyers principaux. Distance focale principale.* — Étant donnée une lentille quelconque, nous avons vu que tout faisceau de rayons parallèles, traversant la lentille, devenait convergent ou divergent. Lorsque le faisceau est parallèle à l'axe principal, le point de concours des rayons déviés porte le nom de *foyer principal* de la lentille considérée.

Ce foyer est dit *réel* ou *virtuel* selon qu'il se trouve à l'opposé de la source lumineuse par rapport à la lentille, ou du même côté que celle-ci.

La distance du foyer principal d'une lentille à son centre optique

s'appelle la *distance focale principale;* on l'évalue habituellement en millimètres et on la désigne par f.

37. *Remarque.* — Lorsqu'un rayon lumineux traverse une lentille, il subit nécessairement deux réfractions successives puisqu'il traverse trois milieux transparents de densités différentes.

Mais, comme les lentilles ont, en général, une faible épaisseur; comme dans tout ce qui suit nous n'aurons à considérer que des rayons sensiblement parallèles à l'axe principal, on démontre que l'on peut, sans erreur sensible, remplacer les deux réfractions successives par une réfraction unique, s'effectuant au point où la direction du rayon incident vient rencontrer le plan optique.

C'est ce que nous admettrons désormais.

Lentilles convergentes.

38. *Propriétés fondamentales.* — Les lentilles convergentes jouissent d'un certain nombre de propriétés fondamentales très importantes :

I. *Toute lentille convergente possède deux foyers principaux réels, situés sur l'axe principal et symétriques par rapport au centre optique.*

Soient en effet (*fig.* 18), L une lentille convergente enchâssée

Fig. 18.

dans le volet d'une chambre noire, ω son centre optique, xy son axe principal et RS une règle graduée en millimètres, fixée sur le volet parallèlement à xy. Si, à l'aide d'un miroir M, nous faisons tomber sur la lentille un faisceau de rayons solaires, parallèles à xy, on voit tous

ces rayons se concentrer en un point F que nous avons appelé *foyer principal* de la lentille.

En déplaçant le curseur C et l'écran E qui lui est fixé, l'expérience montre que l'on peut toujours placer le point F sur cet écran, qui, par construction, est perpendiculaire sur RS.

On vérifie alors que $\omega S = FC$, ce qui montre que F est sur xy; de plus, en mesurant ωF ou son égale CS, on obtient la distance focale principale correspondant au foyer F.

Si maintenant on retourne la lentille, en mettant à l'extérieur la face qui était tournée vers l'écran et en plaçant le centre optique au même point ω, on constate que le nouveau foyer principal se trouve encore au point F de l'écran, si celui-ci n'a pas été déplacé.

La lentille a donc bien deux foyers principaux réels; ces deux foyers sont situés sur l'axe principal et ils sont bien symétriques par rapport au centre optique ω.

II. *Tout rayon lumineux parallèle à l'axe principal vient, après avoir traversé la lentille, passer par le foyer principal situé à l'opposé de la source lumineuse par rapport à la lentille.*

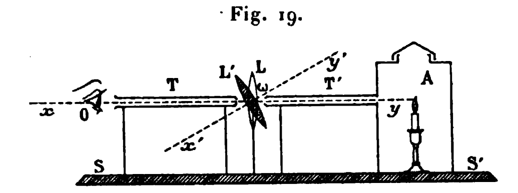
Cette propriété découle immédiatement de la précédente, puisque nous venons de voir que tout rayon parallèle à xy, tel que KL, venait converger au point F.

III. *Tout rayon lumineux dont la direction passe par le centre optique d'une lentille convergente n'est pas dévié.*

Pour vérifier expérimentalement cette propriété, on peut se servir de l'appareil représenté ci-contre (*fig.* 19).

Deux tubes T et T', de section intérieure très petite, sont installés

Fig. 19.



sur un même support SS', de telle sorte que leurs axes soient exactement dans le prolongement l'un de l'autre.

Le tube T porte un œilleton contre lequel on peut placer l'œil; le tube T' est fixé contre la paroi d'une lanterne A, bien étanche à la lumière et dans laquelle on place un foyer lumineux quelconque;

enfin entre les deux tubes se trouve une lentille convergente L ayant son centre optique ω sur xy : une monture spéciale permet de lui donner diverses positions en la faisant tourner autour du point ω.

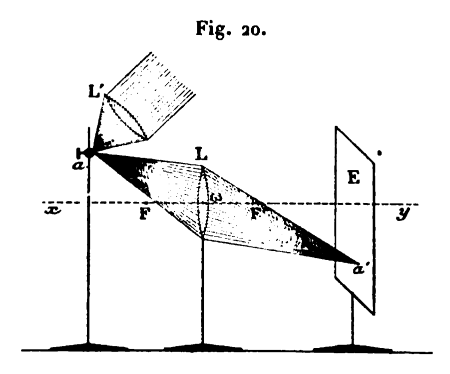
L'appareil étant installé dans une chambre obscure, si l'on place la lentille dans la position L, xy sera son axe principal et en regardant par l'œilleton, on constate que l'on aperçoit le rayon lumineux venu de la lanterne en suivant le trajet xy.

Si l'on incline ensuite la lentille dans la position L', on constate encore que l'on aperçoit le rayon lumineux venu de A en suivant la direction xy : la propriété énoncée est donc vérifiée.

IV. *Les rayons lumineux émanés d'un point brillant placé devant une lentille convergente, non loin de l'axe principal, vont, après avoir traversé la lentille, converger en un même point appelé l'*image *du premier. Si la distance du point brillant au plan optique est plus grande que la distance focale principale, l'image est réelle, c'est-à-dire peut se recevoir sur un écran; si la distance du point au plan optique est moindre que la distance focale principale, l'image est virtuelle, c'est-à-dire ne peut se dessiner sur un écran.*

Soient en effet L (*fig.* 20) une lentille convergente ayant son axe principal xy horizontal; F et F' ses foyers principaux; E un écran

Fig. 20.



vertical et a un support sur lequel on peut fixer, en un endroit quelconque, une bille d'argent polie au clair.

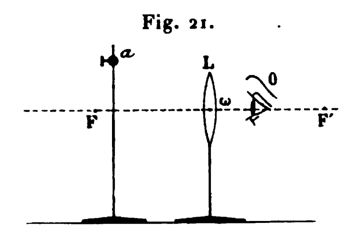
1° Si nous disposons le support à une distance du plan optique supérieure à ωF, puis qu'à l'aide d'une lentille convergente auxiliaire L' nous concentrions des rayons lumineux sur a, l'expérience montre que le point brillant, formé par la bille, vient se dessiner sur

l'écran E disposé de l'autre côté de la lentille. On constate d'ailleurs que l'image a' n'a une netteté parfaite que pour une position unique de l'écran.

Les rayons émanés de a viennent donc bien converger en un même point a', en donnant lieu à une image réelle.

2° Si nous plaçons maintenant le support entre le point F et le

Fig. 21.



point ω (*fig.* 21), on constate que l'on a beau déplacer l'écran en avant ou en arrière de la lentille, il ne s'y peint aucune image.

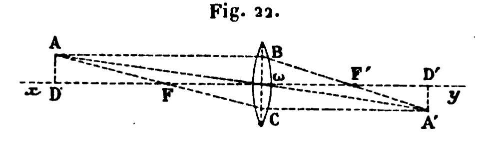
Mais, si l'on place l'œil en O, en regardant dans la lentille, on aperçoit une image très nette du point a, image située du même côté que ce point, mais paraissant beaucoup plus éloignée que lui. Les rayons émanés du point a convergent donc bien encore vers un même point; mais l'image qu'ils forment ainsi est virtuelle puisqu'on ne peut la recevoir sur un écran.

39. *Construction géométrique de l'image d'un point.* — Les propriétés précédentes permettent de construire aisément l'image d'un point.

1° Supposons d'abord que l'image du point considéré soit réelle, c'est-à-dire supposons que le point soit placé à une distance du plan optique supérieure à f.

Soient BC (*fig.* 22) la lentille; ω son centre optique; xy son axe

Fig. 22.



principal; F et F' ses deux foyers principaux et A le point dont il s'agit de construire l'image.

Puisque tous les rayons émanés de A convergent en un même point, pour avoir ce point, c'est-à-dire l'image de A, il suffit de déterminer l'intersection de deux rayons issus de A.

Or, parmi les rayons issus du point A, il y en a un, Aω, qui ne subit aucune déviation ; il y en a un second, AB, parallèle à xy, qui, après avoir traversé la lentille, vient passer par le foyer F'. L'image de A sera donc le point A', intersection des droites Aω et BF'.

On peut remarquer aussi que si le point A' était remplacé par un objet brillant, cet objet aurait précisément A pour image. Donc, d'après ce que nous venons de voir, le point A se trouve à l'intersection de A'ω avec le rayon A'CF qui, venant du point A', parallèlement à xy, passe par F.

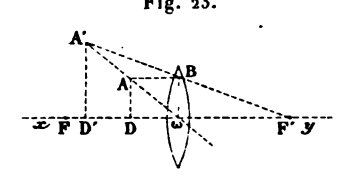
De ce que nous venons de voir il résulte que :

Pour obtenir l'image réelle d'un point situé dans le voisinage de l'axe principal, on trace l'axe secondaire de ce point, puis l'on détermine l'intersection de cette droite soit avec le rayon parallèle à l'axe principal, soit avec le rayon qui, après avoir passé par le foyer le plus voisin du point considéré, sort de la lentille parallèlement à l'axe principal.

2° Supposons maintenant que l'image du point considéré soit virtuelle, c'est-à-dire soit située à une distance du plan optique supérieure à f. Nous aurons encore l'image du point A (*fig.* 23) en cherchant l'intersection de deux de ses rayons lumineux.

Or, parmi les rayons émanés de A, il y en a un Aω, qui n'est pas

Fig. 23.



dévié et un autre AB, qui, après avoir pénétré dans la lentille parallèlement à xy, en sort suivant BF'. L'image de A sera donc le point A', intersection de Aω et de BF'.

Il résulte de ce que nous venons de voir que :

Pour obtenir l'image virtuelle d'un point situé dans le voisinage de l'axe principal, on trace l'axe secondaire de ce point et l'on détermine son intersection avec le rayon qui pénètre dans la lentille parallèlement à l'axe principal.

40. *Plans focaux conjugués.* — Les plans perpendiculaires à l'axe principal d'une lentille convergente et passant l'un par le

point A, l'autre par son image A′, s'appellent des plans *focaux conjugués.*

Des points A et A′ (*fig.* 22 et 23) abaissons les perpendiculaires AD et A′D′ sur xy : ces deux droites sont évidemment contenues, l'une dans le plan focal du point A, l'autre dans celui du point A′. Or, si l'on construit les images de tous les points de la droite AD, on constate qu'elles se trouvent toutes sur la droite A′D′. On voit donc que : *tout point situé sur un plan perpendiculaire à l'axe principal d'une lentille et à une faible distance de cet axe, a son image sur le plan focal conjugué.*

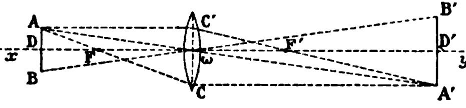
41. *Construction géométrique de l'image d'un objet de petites dimensions placé perpendiculairement à l'axe principal.* — Il est clair que pour obtenir l'image d'un objet AB (*fig.* 24 et 24 *bis*) situé tout entier dans un plan perpendiculaire à xy, il suffit de construire successivement les images de tous ses points. Or, nous venons de voir que, si AB est tout entier dans un plan perpendiculaire à xy, son image est tout entière dans le plan focal conjugué.

Si donc nous construisons l'image A′ du point A, nous aurons l'image B′ du point B, par exemple, en menant A′B′ perpendiculaire à xy et en traçant l'axe secondaire BωB′.

42. *Remarque.* — Il résulte des constructions précédentes que l'image réelle d'un objet est renversée, tandis que son image virtuelle est droite.

43. *Grandeurs relatives de l'image et de l'objet.* — *Examinons d'abord le cas d'une image réelle* et soient AB (*fig.* 24) un

Fig. 24.



objet perpendiculaire sur xy et A′B′ son image construite comme nous venons de l'indiquer. On voit sur la figure que

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{\omega C}{AD},$$

car la droite A′C étant parallèle à xy, ωC est égal à A′D′.

Or, les triangles semblables $F\omega C$ et FAD donnent

$$\frac{\omega C}{AD} = \frac{F\omega}{FD},$$

de sorte que l'on a

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{F\omega}{FD}.$$

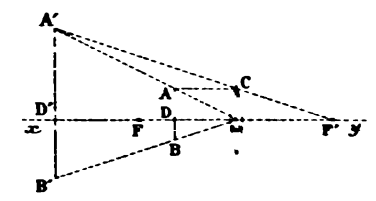
Si donc nous désignons ωD par p et ωF par f, on voit que la relation précédente peut s'écrire

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{f}{p-f},$$

ce qui nous montre que l'image sera plus grande que l'objet si l'on a $2f > p$: égale à l'objet si $2f = p$ et plus petite que l'objet si $2f < p$.

Considérons maintenant le cas où l'image est virtuelle et

Fig. 24 *bis*.



soient AB (*fig.* 24 *bis*) un objet perpendiculaire sur xy et A'B' son image virtuelle. On voit sur la figure que

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{A'D'}{\omega C} = \frac{F'D'}{F'\omega} = \frac{f+p'}{f},$$

en désignant $\omega D'$ par p'. Comme $f+p'$ est toujours plus grand que f, il résulte de cette relation que l'image est toujours plus grande que l'objet.

44. *Équation des plans focaux conjugués.* — Nous avons vu que, si l'on désigne par p et p' les distances de deux plans focaux conjugués au centre optique d'une lentille convergente, on a, dans le cas d'une image réelle (*fig.* 24),

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{f}{p-f}.$$

Mais, par suite de la similitude des deux triangles $A\omega D$ et $A'\omega D'$, on

a aussi

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{\omega D'}{\omega D} = \frac{p'}{p},$$

de sorte que l'on peut poser

$$\frac{f}{p-f} = \frac{p'}{p},$$

relation d'où l'on déduit sans peine

$$(1) \qquad \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

Dans le cas d'une image virtuelle (*fig.* 24 *bis*) nous avons trouvé également

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{f+p'}{f},$$

et comme les triangles $A\omega D$ et $A'\omega D'$ sont semblables on a aussi

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{\omega D'}{\omega D} = \frac{p'}{p},$$

de sorte que l'on peut écrire

$$\frac{f+p'}{f} = \frac{p'}{p},$$

et par suite

$$(2) \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}.$$

En comparant les deux relations qui précèdent, on voit que la relation (2) ne diffère de la relation (1) que par le changement de signe de p'. Si donc on convient de regarder p' comme positive ou négative selon que l'image est réelle ou virtuelle, ou encore selon que p' doit être portée du centre optique vers l'objet ou a l'opposé, on voit que l'on a toujours entre p, p' et f la relation

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

qui permet de calculer l'une quelconque des quantités p, p' ou f, connaissant les deux autres. C'est cette relation que l'on appelle souvent l'*équation des plans focaux conjugués*.

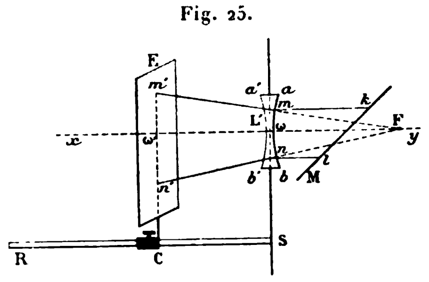
Lentilles divergentes.

45. *Propriétés principales.* — Les lentilles divergentes jouissent des propriétés fondamentales suivantes :

I. *Toute lentille divergente possède deux foyers principaux virtuels situés sur l'axe principal et symétriques par rapport au centre optique.*

Pour vérifier cette propriété, on se sert du dispositif qui nous a servi pour les lentilles convergentes; mais, avant d'enchâsser dans le volet de la chambre noire la lentille L′ (*fig.* 25), on aura eu soin de

Fig. 25.



coller sur sa face ab une feuille de papier noir percée de deux trous m et n situés dans le plan vertical qui contient le centre optique ω.

Si, à l'aide du miroir M, on fait arriver un faisceau de rayons solaires sur la face ab, il n'y aura que les deux rayons km et ln qui traverseront la lentille. Ces deux rayons viendront donc dessiner deux taches lumineuses m' et n' sur l'écran E, et l'expérience montre que ces deux taches se trouvent sur la verticale du point C, de sorte que le quadrilatère $mnm'n'$ est un quadrilatère plan.

En mesurant les longueurs Sn, Sω, Sm, CS, Cn', Cω' et Cm' on pourra donc construire le quadrilatère $mm'nn'$ sur une feuille de papier, ce qui permettra de constater que les rayons mm' et nn' viennent converger en un point F situé sur xy.

Répétant les mêmes opérations pour la face $a'b'$, on reconnaît qu'à cette seconde face correspond un second foyer virtuel également situé sur xy. De plus, si l'on mesure sur les épures les distances focales principales, on trouve des valeurs identiques. La propriété énoncée est donc bien établie.

II. *Tout rayon lumineux parallèle à l'axe principal d'une*

lentille divergente prend, en traversant la lentille, une direction dont le prolongement va passer par le foyer virtuel correspondant.

Cette propriété résulte immédiatement de la précédente puisque le rayon *km*, par exemple, prend, en traversant la lentille, une direction *mm'* dont le prolongement aboutit au point F.

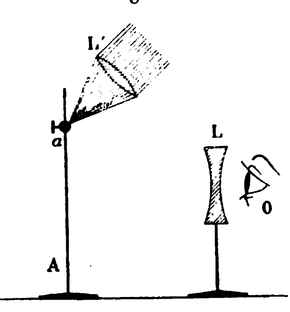
III. *Tout rayon lumineux dont la direction passe par le centre optique d'une lentille divergente n'est pas dévié.*

Démonstration expérimentale identique à celle qui concerne la propriété analogue des lentilles convergentes.

IV. *Les rayons lumineux émanés d'un point brillant placé devant une lentille divergente, non loin de l'axe principal, prennent, en traversant la lentille, des directions dont les prolongements convergent en un même point appelé* image du point considéré : *cette image est toujours virtuelle.*

Soient en effet L (*fig.* 26) une lentille divergente, A un support

Fig. 26.



portant une boule argentée, rendue brillante à l'aide d'un faisceau lumineux traversant la lentille auxiliaire L'.

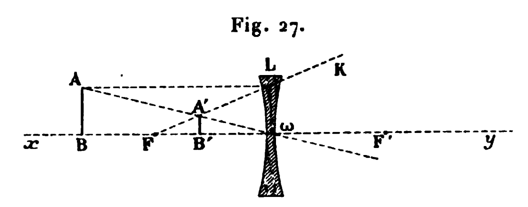
Quelle que soit la position occupée par un écran, en avant ou en arrière de la lentille L, on constate qu'aucune image ne vient se dessiner sur sa surface.

Mais, si l'on place l'œil en O, tout près de la lentille, on aperçoit une image très brillante et très nette, image paraissant plus rapprochée de l'axe principal que le point *a*. La propriété énoncée est donc vérifiée.

46. *Construction géométrique de l'image d'un point.* —

Soit A (*fig.* 27) un point brillant voisin de l'axe principal xy de la lentille L. Puisque tous les rayons lumineux émanés de A viennent converger en un même point, il est clair que, pour obtenir l'image de A, il suffit de déterminer l'intersection de deux rayons qui en sont émanés. Or, parmi ces rayons, il y a le rayon Aω qui ne subit aucune déviation et le rayon AL parallèle à xy qui, après avoir traversé la lentille, prend une direction dont le prolongement aboutit

Fig. 27.



en F. L'œil placé à droite du point ω voit donc le point A en A', point de concours des rayons ALK et Aω.

Il résulte de là que : *Pour obtenir géométriquement l'image d'un point, on trace l'axe secondaire de ce point puis le rayon parallèle à l'axe principal dont la direction passe par le foyer virtuel correspondant. L'intersection de l'axe secondaire et du rayon donne l'image du point considéré.*

47. *Plans focaux conjugués.* — Les plans perpendiculaires à l'axe principal d'une lentille divergente et menés, l'un par le point A, l'autre par son image A', s'appellent des *plans focaux conjugués.*

On verrait absolument comme pour les lentilles convergentes, que tout point situé sur un plan perpendiculaire à l'axe principal d'une lentille divergente et non loin de cet axe a son image sur le plan focal conjugué.

48. *Construction de l'image d'un objet de faibles dimensions, placé perpendiculairement à l'axe principal.* — En suivant une marche analogue à celle qui a été suivie pour les lentilles convergentes, on trouverait une règle identique pour la construction de l'image.

49. *Remarque.* — Il résulte de tout ce qui précède que l'image d'un objet, vu à travers une lentille divergente, est toujours virtuelle et droite.

50. *Grandeurs relatives de l'image et de l'objet.* — On voit sur

la figure 27 que l'on a

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'B'}{\omega L} = \frac{FB'}{F\omega},$$

ou, en désignant $\omega B'$ par p',

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{f-p'}{f},$$

relation qui nous montre que l'image fournie par une lentille divergente est toujours plus petite que l'objet.

51. *Équation des plans focaux conjugués.* — p et p' désignant les distances de deux plans focaux conjugués au centre optique d'une lentille divergente, nous avons vu (*fig.* 27) que

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{f-p'}{f}.$$

Or, les deux triangles semblables ωAB et $\omega A'B'$ donnent aussi

$$\frac{\text{image}}{\text{objet}} = \frac{\omega B'}{\omega B} = \frac{p'}{p},$$

de sorte que l'on peut poser

$$\frac{f-p'}{f} = \frac{p'}{p}.$$

On en déduit sans peine

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = -\frac{1}{f},$$

relation qui permet de calculer l'une quelconque des quantités p, p' ou f connaissant les deux autres.

C'est cette relation qui est fréquemment appelée *équation des plans focaux conjugués.*

III. — MICROSCOPES ET LUNETTES.

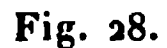
52. Les *microscopes* sont des instruments d'optique permettant de distinguer avec netteté des objets très petits et placés à une faible distance de l'œil de l'observateur; ils sont utilisés dans la plupart des

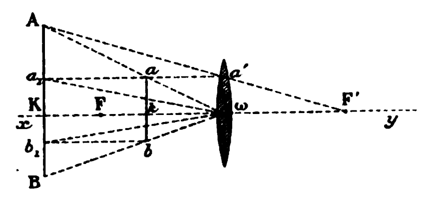
instruments d'observation pour faciliter la lecture des échelles graduées.

Les *lunettes,* au contraire, sont des instruments destinés à faire voir distinctement les objets très éloignés et en particulier les astres.

Microscope simple.

53. Le *microscope simple* ou *loupe* consiste simplement en une lentille convergente ω (*fig.* 28) enchâssée dans une monture


Fig. 28.



quelconque permettant de la manœuvrer avec facilité. Supposons donc que la lentille soit placée entre l'œil et l'objet ab, de telle sorte que l'axe principal xy soit perpendiculaire sur ab et que celui-ci se trouve entre la lentille et son foyer principal F.

Il résulte de la théorie des lentilles que ab donnera une image virtuelle, droite et agrandie AB, image d'autant plus grande que ab sera plus voisin de F.

Mais ce grossissement a une limite : il faut en effet que l'image AB, vue à travers la lentille, se forme à une distance telle que l'œil puisse l'apercevoir distinctement. On éloignera donc ou l'on rapprochera ab de F, jusqu'à ce que l'on obtienne la plus grande netteté.

La construction de l'image se fait sans peine en appliquant la méthode générale.

54. *Grossissement.* — On appelle *grossissement de la loupe* le rapport des diamètres apparents de deux dimensions homologues de l'image et de l'objet, l'image et l'objet étant supposés à la même distance de l'œil de l'observateur.

Pour calculer le grossissement de la loupe ω (*fig.* 28) nous supposerons l'œil placé au centre optique : la valeur approchée, ainsi obtenue, ne différera pas sensiblement de la valeur réelle, puisque l'œil est toujours très près de la lentille afin de recueillir tous les rayons qui contribuent à la formation de l'image.

AB étant une dimension de l'image placée par tâtonnements à la distance où l'œil la distingue nettement et ab la dimension correspondante de l'objet, puisque, par définition, l'image et l'objet doivent être vus à la même distance ωK, menons les parallèles aa_1 et bb_1 à l'axe principal. La droite $a_1 b_1$ étant égale à ab, il en résulte que l'on a

$$G = \frac{A\omega B}{a_1\omega b_1} = \frac{A\omega K}{a_1\omega K}.$$

Or, ces angles $A\omega K$ et $a_1\omega K$ étant très petits, peuvent se remplacer par leurs tangentes qui, dans les triangles $A\omega K$ et $a_1\omega K$, ont pour valeurs

$$\operatorname{tang} A\omega K = \frac{AK}{\omega K}, \qquad \operatorname{tang} a_1\omega K = \frac{a_1 K}{\omega K},$$

de sorte que l'on peut écrire

$$G = \frac{\frac{AK}{\omega K}}{\frac{a_1 K}{\omega K}} = \frac{AK}{a_1 K} = \frac{AK}{ak},$$

ou encore, puisque les deux triangles $a\omega K$ et $A\omega K$ sont semblables,

$$G = \frac{\omega K}{\omega k} = \frac{D}{f},$$

en désignant par D la distance à laquelle se trouve l'image quand elle est vue avec le maximum de netteté et par f la distance focale principale ωF qui est sensiblement égale à ωk, si l'on a cherché à obtenir le grossissement maximum que la lentille puisse donner.

Cette relation nous montre que, pour un observateur donné, G sera d'autant plus grand que f sera plus petit, ou, comme on dit vulgairement, que la loupe est à plus court foyer.

Or, on démontre que f est d'autant plus petit que la lentille a une courbure plus prononcée; il en résulte que de deux loupes de même diamètre, la plus grossissante est la plus épaisse.

Microscope composé.

55. Le *microscope composé* est formé de deux lentilles convergentes O et O′ (*fig.* 29) fonctionnant séparément. La première O, se nomme l'*objectif* parce qu'elle est tournée vers l'objet ab qu'il

s'agit d'examiner. La seconde O', contre laquelle l'observateur place son œil, s'appelle l'*oculaire*.

Contrairement à ce qui a lieu dans la loupe, on cherche à obtenir à l'aide de l'objectif une image réelle et agrandie de l'objet, image que l'oculaire agrandit à son tour, se comportant vis-à-vis d'elle comme un simple microscope.

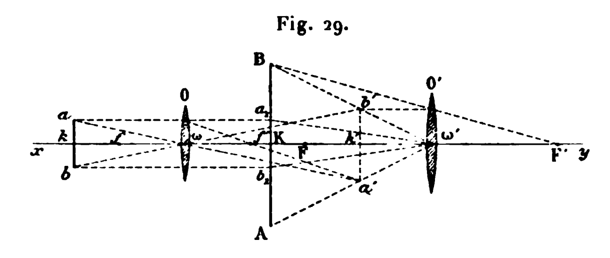
L'étude des lentilles convergentes nous a montré que, si l'on veut obtenir une image réelle et agrandie, il faut placer l'objet *ab* un peu au delà du foyer *f* de l'objectif et très près de lui.

En appliquant la règle connue pour construire l'image, on voit que l'objet *ab* donne lieu à une image *a'b'* réelle, renversée et agrandie d'autant plus que *ab* est plus voisin de *f*.

Les rayons qui, venant de *ab*, forment l'image *a'b'*, se comportent alors vis-à-vis de la lentille O' comme s'ils émanaient d'un objet brillant qui occuperait la position *a'b'*.

La lentille O' étant disposée de manière à jouer le rôle de loupe, on voit qu'il faudra disposer l'oculaire de telle sorte que l'image *a'b'*

Fig. 29.



se forme entre la lentille O' et son foyer F. On aura par suite en AB une image virtuelle de *a'b'* et de *ab*, image droite par rapport à *a'b'*, c'est-à-dire renversée par rapport à *ab*. Cette image sera d'ailleurs d'autant plus agrandie que *a'b'* sera plus voisine de F.

Il est important de remarquer que l'objectif étant placé très près de *f*, un déplacement très petit de *ab* par rapport à l'objectif détermine un grand déplacement de l'image *a'b'*. La manœuvre de l'instrument est donc assez délicate et exige une grande attention.

On *met au point*, c'est-à-dire on dispose l'instrument de manière à obtenir le maximum de netteté, soit en faisant varier la distance de l'objet, soit en déplaçant simplement l'oculaire. La monture de l'appareil est disposée en conséquence.

36. *Grossissement.* — On appelle *grossissement du microscope composé,* le rapport des diamètres apparents de deux dimensions

homologues de l'image et de l'objet, l'image et l'objet étant supposés placés tous deux à la même distance de l'œil de l'observateur.

Supposons encore l'œil placé au point ω' (*fig.* 29), ce qui ne diffère pas sensiblement de la réalité. Si AK représente l'image de *ak* lorsque l'œil la distingue le plus nettement possible, l'objet ramené à la même distance sera Ka_1, de sorte que

$$G = \frac{A\omega'K}{a_1\omega'K}.$$

Or, comme les angles $A\omega'K$ et $a_1\omega'k$ sont toujours très petits, on peut remplacer leur rapport par celui de leurs tangentes qui, dans les triangles $A\omega'K$ et $a_1\omega'K$, ont pour valeurs :

$$\operatorname{tang} A\omega'K = \frac{AK}{\omega'K}, \qquad \operatorname{tang} a_1\omega'K = \frac{a_1K}{\omega'K}$$

de sorte que

$$G = \frac{\frac{AK}{\omega'K}}{\frac{a_1K}{\omega'K}} = \frac{AK}{a_1K},$$

relation qui peut encore s'écrire :

$$G = \frac{AK}{a'k'}\,\frac{a'k'}{a_1K};$$

or, $\frac{AK}{a'k'}$ représente, comme on l'a vu, le grossissement G de l'oculaire; $\frac{a'k'}{a_1K}$ représente de même le grossissement G_2 de l'objectif, de sorte que l'on a finalement :

$$G = G_1 \times G_2.$$

Ainsi donc : *le grossissement d'un microscope composé est égal au produit des grossissements de l'objectif et de l'oculaire.*

Lunette astronomique.

57. La lunette astronomique est, par excellence, l'instrument d'observation des astres. Elle a pour but de faire distinguer nettement les astres les plus petits et de préciser, en outre, les directions dans lesquelles on les aperçoit.

La lunette astronomique se compose essentiellement (*fig.* 30) de

deux lentilles convergentes : l'*objectif* O tourné vers les objets que l'on veut examiner, l'*oculaire* O′ contre lequel on applique l'œil.

Les objets observés étant toujours très éloignés, l'objectif en donne nécessairement une image réelle; l'oculaire, faisant fonction de microscope, est disposé pour donner une image virtuelle et agrandie de celle fournie par l'objectif.

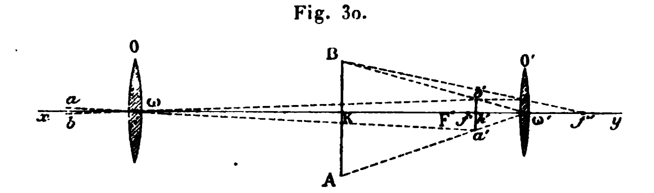
La construction de l'image contemplée par l'œil à travers l'oculaire ne présente aucune difficulté : l'astre étant pour ainsi dire infiniment éloigné, son image $a'b'$ se forme dans le voisinage immédiat, mais un peu au delà du foyer F, et cette image est renversée.

L'oculaire placé en O′, de telle sorte que l'image $a'b'$ se trouve entre lui et son foyer f, se comporte comme une loupe par rapport à $a'b'$ et en donne une image virtuelle et agrandie AB.

Cette image, directe par rapport à $a'b'$, est d'ailleurs renversée par rapport à l'objet.

De même que dans le microscope composé, il faut *mettre au*

Fig. 30.



point, c'est-à-dire disposer l'instrument de telle sorte que l'image AB soit vue avec le maximum de netteté.

Avec le microscope composé nous avions la faculté de mettre au point soit en éloignant ou rapprochant l'objet de l'objectif, soit en déplaçant simplement l'oculaire.

Or, ici, nous ne pouvons changer la distance de l'objet à l'objectif : nous ne pouvons donc mettre au point qu'en faisant mouvoir l'oculaire.

Nous verrons plus loin que la lunette astronomique est munie d'un dispositif permettant d'effectuer aisément cette mise au point.

Pour préciser la direction dans laquelle s'aperçoit l'astre observé, c'est-à-dire la direction de l'axe principal commun à l'objectif et à l'oculaire, on place à l'intérieur de la lunette, en F, un *réticule,* c'est-à-dire un disque en métal portant une ouverture circulaire dans laquelle sont tendus deux fils de platine très fins, perpendiculaires entre eux.

Pour viser un astre, on dirige la lunette de telle sorte que l'œil, placé à l'oculaire, voit l'image de cet astre coïncider avec le point de croisement des fils. Il ne peut en être ainsi que si l'astre qui n'est, somme toute, qu'un simple point lumineux, est situé sur le prolongement de la droite xy qui passe par le centre optique de l'objectif et par le point de croisement des fils du réticule. Cette droite se nomme l'*axe optique* de la lunette.

58. *Grossissement.* — Les objets observés à l'aide de la lunette astronomique ayant des dimensions inconnues, on ne peut définir le grossissement comme on l'a fait pour le microscope simple et le microscope composé. Dans la lunette astronomique on appelle *grossissement* le rapport entre le diamètre apparent de l'image vue dans l'instrument et le diamètre apparent de l'objet vu à l'œil nu.

L'œil étant placé en ω', le diamètre apparent de l'image AB, vue dans l'instrument, est l'angle $A\omega'B$. Pour évaluer le diamètre apparent de l'objet vu à l'œil nu, nous remarquerons que, vu l'éloignement considérable de l'objet, son diamètre apparent sera le même, que l'œil soit placé en ω' ou en ω. Le diamètre apparent de l'objet est donc l'angle $a\omega b$ ou ce qui revient au même $a'\omega b'$. On a donc :

$$G = \frac{A\omega' B}{a'\omega b'} = \frac{A\omega' K}{a'\omega k'} = \frac{a'\omega' k'}{a'\omega k'},$$

ou encore :

$$G = \frac{\operatorname{tang} a'\omega' k'}{\operatorname{tang} a'\omega k'},$$

puisque les angles $a'\omega' k'$ et $a'\omega k'$ sont toujours très petits. D'ailleurs les triangles $a'\omega' k'$ et $a'\omega k'$ donnent :

$$\operatorname{tang} a'\omega' k' = \frac{a'k'}{\omega' k'}, \qquad \operatorname{tang} a'\omega k' = \frac{a'k'}{\omega k'},$$

d'où il résulte que

$$G = \frac{\frac{a'k'}{\omega' k'}}{\frac{a'k'}{\omega k'}} = \frac{\omega k}{\omega' k'},$$

et comme, par suite de l'éloignement de l'astre, l'image $a'b'$ est très voisine de F et aussi très voisine de f si l'on a cherché à obtenir le grossissement maximum, on a finalement :

$$G = \frac{F}{f},$$

ce qui nous montre que le grossissement sera d'autant plus grand que F sera plus grand et f plus petit.

Si donc la lunette est très puissante, elle est nécessairement très longue.

59. *Remarque.* — La lunette astronomique étant destinée à observer des astres souvent invisibles à l'œil nu et, par suite, très faiblement éclairés, il est nécessaire que l'objectif ait une très grande surface afin de recueillir la plus grande quantité possible de lumière. S'il en était autrement, l'image fournie par l'objectif serait peu claire et manquerait de netteté une fois agrandie par l'oculaire.

Or, une lentille ne peut avoir une grande surface et être très mince, qu'à la condition d'avoir des rayons de courbure considérables, c'est-à-dire une distance focale très grande.

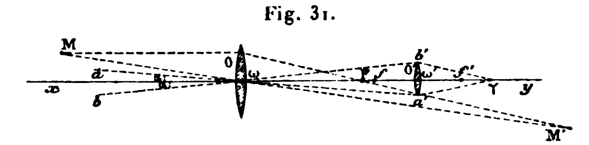
On voit donc que, même si l'on ne cherchait pas un fort grossissement, il faudrait néanmoins construire des lunettes très longues pour qu'elles donnent des images très nettes.

La construction de lunettes de grandes dimensions assure donc à la fois un fort grossissement et une plus grande netteté dans les images : en d'autres termes, plus une lunette est puissante et plus les images qu'elle fournit sont nettes.

60. *Champ de la lunette astronomique.* — On appelle *champ d'une lunette astronomique,* l'espace angulaire que l'œil, placé au centre optique de l'oculaire, peut embrasser et voir distinctement.

Or, si nous menons (*fig.* 31) les axes secondaires aa' et bb' abou-

Fig. 31.



tissant aux bords supérieur et inférieur de l'oculaire O′, il est clair que si l'on prenait un point M à l'extérieur de l'angle $a\omega b$, l'image M′ de ce point se formerait en dehors de l'angle $a'\omega b'$, de sorte que le faisceau lumineux convergeant en M′ ne rencontrerait pas en entier l'oculaire. Il n'y a donc que les points situés à l'intérieur de l'angle $a\omega b$ dont tous les rayons soient reçus par l'œil placé derrière l'oculaire.

Cet angle $a\omega b$ représente, par suite, le champ de la lunette et, en le désignant par 2α, on pourra poser

$$\text{Champ} = 2\alpha.$$

Or, le triangle $\omega'\omega a'$ donne

$$\tang \alpha = \frac{\omega' a'}{\omega\omega'},$$

et comme les foyers F et f sont très voisins, $\omega'\omega$ est très sensiblement égal à la somme $F + f$ des distances focales principales de l'objectif et de l'oculaire. Il en résulte que l'on peut écrire :

$$\tang \alpha = \frac{\omega' a'}{F + f},$$

ou encore,

$$\tang \alpha = \frac{\frac{\omega' a'}{f}}{\frac{F}{f} + 1} = \frac{\frac{\omega' a'}{f}}{G + 1}.$$

Donc, pour un oculaire donné ayant $\omega' a'$ pour rayon, le champ est d'autant plus petit que le grossissement G est plus fort. Par conséquent, avec les lunettes très puissantes, il est toujours difficile de trouver sur la voûte céleste un astre déterminé, puisqu'il est impossible de pouvoir amener simultanément dans le champ les astres voisins qui serviraient de repères.

C'est pour cela que les instruments puissants sont toujours accompagnés d'un *chercheur*, c'est-à-dire d'une lunette de grossissement beaucoup moindre et, par suite, de champ bien plus grand. Par construction l'axe optique du chercheur est parallèle à celui de la lunette, de sorte que, lorsqu'on a placé l'astre que l'on veut observer sur l'axe optique du chercheur, il se trouve sûrement dans le champ de la lunette.

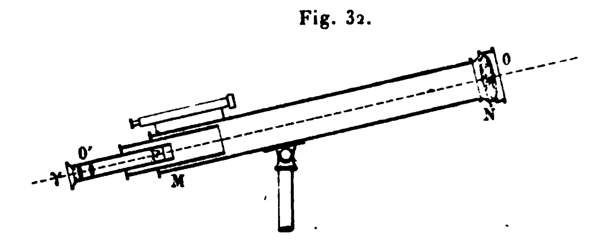
61. *Point oculaire.* — Puisque le champ est limité par la surface d'un cône ayant $a'b'$ (*fig.* 31) pour base et ω pour sommet, il est intéressant de voir en quel point on doit placer l'œil derrière l'oculaire, pour qu'il reçoive tous les rayons lumineux contenus dans ce champ. Ce point est évidemment le point γ, image de ω par rapport à l'oculaire, puisque c'est en ce point que viennent converger tous les rayons lumineux contenus dans le cône ayant $a'\omega b'$ pour angle au sommet.

Ce point a reçu le nom de *point oculaire :* pour que l'œil de l'observateur soit bien placé derrière l'oculaire, on place entre le point γ et le point ω' un *œilleton,* c'est-à-dire un disque métallique percé d'un trou ayant la dimension normale de la pupille de l'œil. Cet

œilleton est placé de telle sorte que les rayons extrêmes $a'\gamma$ et $b'\gamma$ viennent tangenter les bords du trou ; en plaçant l'œil exactement contre le disque, on sera donc certain de recevoir tous les rayons compris dans le cône $a'\gamma b'$, c'est-à-dire tous ceux provenant du champ de la lunette.

62. *Disposition de la lunette astronomique.* — L'objectif O (*fig.* 32) est enchâssé à l'extrémité N d'un gros tube métallique MN.

Fig. 32.



Dans l'autre extrémité M s'engagent deux tubes de diamètres plus petits, dont le dernier porte l'oculaire O' et l'œilleton γ. L'oculaire, au lieu d'être une simple lentille convergente, est un véritable microscope composé, donnant par suite à la lunette une puissance de grossissement bien plus considérable.

Pour obtenir le maximum de netteté, on déplace lentement les tubes qui portent l'oculaire à l'aide de mécanismes qui ne sont pas figurés sur le dessin. Le réticule est placé en F, foyer de l'objectif.

Afin de permettre de donner une direction quelconque à l'axe optique de la lunette, celle-ci est portée par un pied articulé ; elle est munie également d'un chercheur.

Lorsqu'on fait des observations de nuit, il est indispensable d'éclairer légèrement les fils du réticule, sans cela, ces fils se projetant en noir sur le fond sombre du ciel, on ne pourrait les apercevoir que très difficilement. Il existe différents procédés pour obtenir cet éclairement : dans les instruments les plus perfectionnés, les fils du réticule sont mis en communication avec les deux pôles d'une pile dont le courant les rougit très légèrement.

Lunette terrestre.

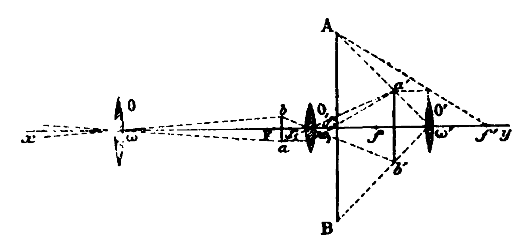
63. La lunette astronomique a un grand défaut quand on veut l'utiliser pour observer des objets terrestres : c'est qu'elle donne des

images renversées. La lunette terrestre, appelée encore *longue-vue*, a pour but de donner des images droites et agrandies.

Nous donnerons simplement le principe de cet instrument, car il est très peu employé pour l'observation des astres.

La lunette terrestre ne diffère de la lunette astronomique que par l'interposition d'un *véhicule*, c'est-à-dire d'une lentille convergente, entre l'objectif et l'oculaire. C'est cette lentille qui a pour but de redresser l'image réelle et renversée fournie par l'objectif. Soient

Fig. 33.



donc (*fig.* 33) O l'objectif, F son foyer principal et *ab* l'image réelle et renversée qu'il fournit.

Plaçons en O_1 une lentille convergente de telle sorte que la distance de ω_1 à *ab* soit légèrement supérieure à $\omega_1 f_1$. La lentille O_1 donne, comme on le sait, une image $a'b'$ réelle, agrandie et renversée par rapport à *ab*, c'est-à-dire droite par rapport à l'objet.

Cette image est alors agrandie par l'oculaire O′ fonctionnant comme une loupe, c'est-à-dire placé de telle sorte que la distance de ω' à $a'b'$ soit légèrement moindre que $\omega' f$. Cet oculaire fournit donc une image AB directe, agrandie et virtuelle par rapport à $a'b'$ et, par suite, à *ab*.

64. *Remarque*. — On voit que pour obtenir le redressement de l'image, il a fallu allonger la lunette de $f_1 f_1'$: une lunette terrestre est donc bien plus longue qu'une lunette astronomique de même puissance.

Lunette de Galilée.

65. Ainsi que nous venons de le voir, les lunettes terrestres munies de véhicules sont d'une longueur parfois gênante. Aussi a-t-on cherché une autre combinaison optique permettant d'obtenir des images droites et agrandies à l'aide de lunettes moins encombrantes.

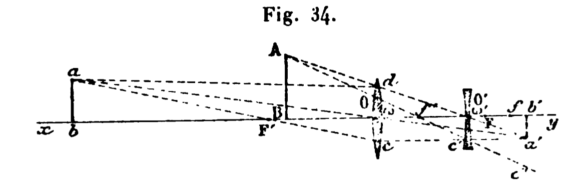
Galilée y est parvenu en employant simplement comme oculaire une lentille divergente.

Soient en effet (*fig.* 34) O l'objectif, F, F′ ses foyers, *ab* l'objet. Nous aurons l'image *a′b′* que donnerait cet objectif en menant les rayons *a*F′*ca′* et *a*ω*a′*.

Au lieu de laisser se former l'image *a′b′*, plaçons en O′ une lentille divergente et disposons-la de telle sorte que son foyer *f* soit plus rapproché du point ω que l'image *a′b′*. Le rayon lumineux *cc′a′*, rencontrant le plan optique de la lentille O′ au point *c′*, se réfractera suivant *c′c″* de telle sorte que *c′c″* prolongé passe par le foyer *f′*.

De plus, parmi les rayons qui arriveraient en *a′*, il y en a un, le

Fig. 34.



rayon *ad*ω′*a′*, qui suivrait l'axe secondaire *a′*ω′ sans subir de déviation.

L'œil placé à droite de la lentille O′ voit donc le point *a* à l'intersection des rayons ω′*a′* et *c′c″*, c'est-à-dire en A. L'image de *ab* est donc AB, et l'on voit que cette image est droite, virtuelle et agrandie.

66. *Remarque.* — La lentille O′ étant placée entre ω et F, il en résulte que la lunette de Galilée est bien plus courte que la lunette astronomique et que la lunette terrestre.

Malheureusement elle ne peut servir pour des observations précises, car il est impossible de lui donner un réticule : celui-ci devrait être placé en effet au point F, c'est-à-dire précisément à la place que doit occuper l'œil de l'observateur.

La lunette de Galilée est très employée pour observer les objets terrestres : ordinairement deux lunettes identiques sont accouplées sur une même monture, une pour chaque œil. L'instrument ainsi obtenu est connu sous le nom de *jumelle* et sert couramment aux navigateurs pour examiner l'horizon de la mer et y découvrir les navires ou terres qui s'y trouvent.

67. *Avantages relatifs des divers systèmes de lunettes.* — Pour l'observation des corps célestes, la lunette astronomique est préférable à la lunette terrestre, parce que, étant formée d'un nombre de

verres moindre, la déperdition de lumière est moins considérable. Une lunette astronomique a donc plus de clarté qu'une lunette terrestre de même puissance; nous avons vu qu'elle a en outre une longueur moindre, ce qui la rend plus commode à manœuvrer.

La lunette de Galilée ne présenterait pas, il est vrai, les inconvénients de la lunette terrestre; mais nous avons vu qu'elle ne permet pas de déterminer avec précision la direction dans laquelle se trouve l'objet visé.

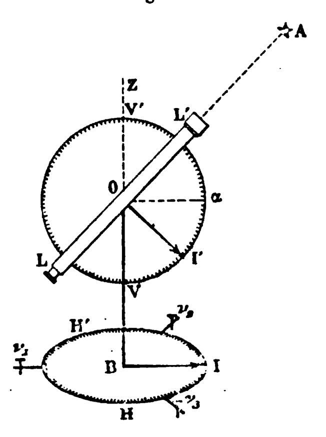
IV. — INSTRUMENTS PERMETTANT DE MESURER LES COORDONNÉES DES ASTRES ET LE TEMPS.

Théodolite.

68. Le théodolite est un instrument qui permet de mesurer avec précision les coordonnées locales des astres.

Réduit à ses organes essentiels, cet instrument se compose de deux cercles gradués HH′ et VV′ (*fig.* 35). Le cercle HH′ est muni

Fig. 35.



de trois vis calantes v_1, v_2, v_3 permettant de rendre son plan parfaitement horizontal; il porte, fixé en son centre, un axe OB qui, par construction, lui est rigoureusement perpendiculaire.

Le cercle VV′ est muni d'une douille qui entoure l'axe OB et peut tourner librement autour de lui, mais sans aucun jeu, en entraînant un index BI qui se déplace en regard de la graduation du cercle HH′.

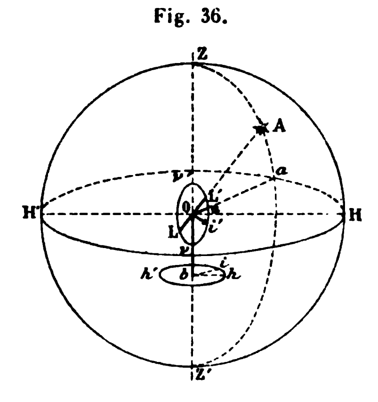
Une lunette astronomique LL′ peut se mouvoir contre le cercle VV′ de telle sorte que son axe optique lui reste constamment parallèle : ses déplacements angulaires sur le cercle VV′ sont, du reste, indiqués par un index OI′ qui lui est invariablement fixé.

Il est clair que lorsque le cercle HH′ est parfaitement horizontal le cercle VV′ est rigoureusement vertical, de sorte que l'axe optique de la lunette décrit un plan vertical parallèle à VV′.

Ces deux plans n'étant d'ailleurs distants que de quelques centimètres à peine, peuvent être considérés comme confondus, vu la grande distance des points que l'on observe ordinairement.

Ceci posé, prenons pour centre de la sphère locale le centre O du cercle *vv′*, puis faisons tourner la lunette et le cercle *vv′* jusqu'à ce que l'axe optique soit exactement dirigé sur un astre A (*fig.* 36).

Fig. 36.



Le plan du cercle *vv′*, prolongé par la pensée, découpe sur la sphère locale un grand cercle ZAZ′ qui est le vertical de l'astre A, tandis que le plan horizontal HH′ passant par le point O est l'horizon apparent de l'observateur.

Si donc nous mesurons l'angle *v′*OL′ que la lunette forme avec ZZ′, cet angle est précisément la distance zénithale ZA de l'astre A.

Or, si α est la position occupée par l'index I′ quand la lunette est verticale, et *i′* la position de ce même index quand l'axe optique est dirigé sur A, il est clair que la mesure de la distance zénithale est la même que celle de l'arc α*i′*. La distance zénithale étant connue, on en déduit aisément la hauteur A*a*.

De plus, si ZOZ′ représente le vertical adopté comme origine des azimuts, il est clair que l'azimut de l'astre A est l'angle HO*a*. Or, si *h* est la position occupée par l'index I quand le cercle *vv′* coïn-

cide avec ZHZ′, et *i* sa position lorsque le cercle *vv′* coïncide avec ZAZ′, il est clair que l'angle *hbi* est égal à l'angle HO*a*.

On a donc l'azimut de l'astre A en évaluant l'arc *hi* sur le cercle horizontal *hh′*.

On voit, par ce que nous venons de dire, que le théodolite permet de mesurer simultanément et très simplement les coordonnées horizontales d'un astre quelconque.

Le cercle *vv′* qui matérialise en quelque sorte le vertical de l'astre observé s'appelle le *limbe vertical;* le cercle *hh′* sur lequel s'évaluent les azimuts s'appelle le *limbe horizontal* ou *azimutal.*

69. *Remarque I.* — Il résulte de ce qui précède que pour pouvoir obtenir la distance zénithale d'un astre il faut connaître la division α du limbe VV′ (*fig.* 35) qui correspond à la position qu'occupe l'index OI′ quand la lunette est pointée sur le zénith. Pour connaître cette division on procède de la manière suivante : on vise *un objet terrestre fixe* A, une mire éloignée, par exemple, et l'on note la division correspondante indiquée par l'index OI′. On fait ensuite tourner de 180° le cercle VV′ et l'on vise de nouveau A. Il est clair que, pour ramener l'axe optique sur le point A, l'index OI′ doit se déplacer du double de la distance zénithale de ce point. On obtiendra, par suite, la division α en faisant la demi-différence des lectures correspondant à chaque visée.

70. *Remarque II.* — Si l'on veut connaître avec une grande précision les coordonnées des astres, il est indispensable de pouvoir établir une coïncidence parfaite entre l'image de l'astre et la croisée des fils du réticule; il est nécessaire également de pouvoir évaluer avec une grande approximation les arcs parcourus par les index.

Pour satisfaire à cette double condition, les index, au lieu d'être de simples aiguilles, sont des *alidades,* c'est-à-dire des règles plates munies de dispositifs spéciaux que nous allons étudier en détail à cause de leur grande importance.

71. *Vis de pression et vis de rappel.* — Le dispositif qui permet d'établir les contacts avec précision est le suivant : chaque alidade est percée à l'une de ses extrémités d'une ouverture *abcd* (*fig.* 37), dont les côtés *ab* et *cd* sont deux arcs concentriques au limbe.

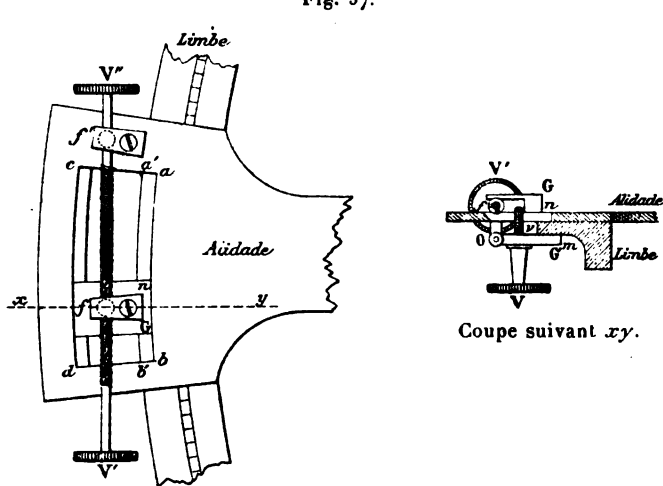
Dans cette ouverture peut coulisser une sorte d'étau GG′, dont les mâchoires *m* et *n* serrent le rebord du limbe lorsqu'on manœuvre la *vis de pression v* à l'aide du bouton V.

La *vis de rappel* V′V″ porte, à l'une de ses extrémités, un renflement sphérique qui est maintenu entre deux cavités hémisphériques fixées sur l'alidade; son autre extrémité est engagée dans un écrou sphérique qui est maintenu également entre deux cavités hémisphériques faisant corps avec l'étau GG′. Par suite de cette disposition la vis V′V″ peut tourner librement sur elle-même; elle peut aussi s'orienter de manière à ne subir aucune flexion, mais elle ne peut recevoir aucun déplacement longitudinal, de sorte que cette vis relie d'une manière rigide l'alidade à l'étau.

Il résulte de là que, lorsque l'étau est desserré, il accompagne l'alidade dans tous ses mouvements; au contraire, si l'on serre la vis de pression, l'étau étant immobilisé, l'alidade l'est également.

Toutefois, si l'on tourne les boutons V′ ou V″ l'alidade se déplace,

Fig. 37.



Coupe suivant xy.

mais aussi lentement qu'on le désire, résultat qui ne pourrait être obtenu en agissant directement sur elle.

Pour obtenir une visée exacte, on commence donc par manœuvrer les alidades à la main, jusqu'à ce que l'objet visé apparaisse dans le champ de la lunette, non loin du point de croisement des fils du réticule. On serre alors la vis de pression, puis, à l'aide de la vis de rappel, on établit un contact parfait.

On voit qu'en procédant de la sorte il est relativement facile d'obtenir des visées très précises.

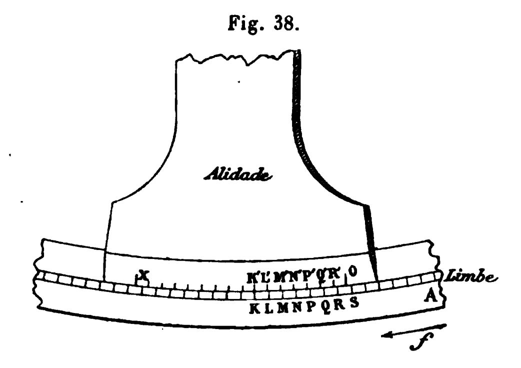
72. *Vernier.* — Pour évaluer les arcs décrits par les alidades on se sert de *verniers*, c'est-à-dire de dispositifs permettant d'effectuer

les mesures avec une approximation plus grande que ne le permettraient les graduations gravées sur le limbe.

Pour former un vernier, l'une des extrémités de l'alidade est taillée en forme de biseau circulaire (*fig.* 38) et se déplace en regard des graduations du limbe.

Sur ce biseau on a tracé un petit arc OX recouvrant exactement m graduations du limbe, et on l'a divisé en $m+1$ parties égales numérotées dans le même sens que le limbe, celui de la flèche f par exemple. C'est ce petit arc gradué qui constitue le vernier proprement dit, le zéro de sa graduation servant d'index pour mesurer les déplacements angulaires de l'alidade. Si d et d' représentent les valeurs

Fig. 38.



angulaires d'une division du limbe et du vernier, il résulte de ce que nous venons de dire que

$$md = (m+1)\,d',$$

et, par suite,

$$d' = \frac{md}{m+1},$$

de sorte que la différence δ, entre une division du vernier et une division du limbe, est

$$\delta = d - d' = \frac{d}{m+1}.$$

Ceci posé, supposons qu'après avoir effectué une visée, le zéro du limbe soit en A et que le zéro du vernier se soit arrêté entre les divisions S et R du limbe.

L'arc qu'il s'agit d'évaluer est l'arc AO et l'on voit que

$$AO = AS + SO.$$

La valeur de l'arc AS se lisant directement sur le limbe, il reste simplement à évaluer SO aussi exactement que possible.

Pour cela, cherchons la division du vernier qui coïncide avec une division du limbe, et soit K′ cette division. On voit sur la figure que

$$L'L = KL - K'L' = \delta,$$
$$MM' = KM - K'M' = 2\,KL - 2\,K'L' = 2\,\delta,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$SO = KS - KO' = 7\,KL - 7\,K'L' = 7\delta,$$

de sorte que

$$SO = 7\,\frac{d}{m+1}.$$

L'arc AO sera donc connu avec une approximation égale à $\frac{d}{m+1}$.

73. *Remarque.* — Comme les divisions du limbe et du vernier sont en général très rapprochées les unes des autres, il serait très difficile de les lire à l'œil nu. Pour faciliter cette lecture, chaque vernier est muni d'une loupe.

Réfraction astronomique.

74. Le théodolite permet, comme nous venons de le voir, de mesurer facilement les coordonnées horizontales des astres, mais, comme nous sommes entourés par l'*atmosphère*, c'est-à-dire par une couche gazeuse transparente, il en résulte nécessairement que nous apercevons les astres dans des directions différentes de celles qu'ils occupent en réalité. Il est donc essentiel de rechercher comment l'atmosphère dévie les rayons lumineux qui la traversent, afin de connaître les corrections à faire subir aux coordonnées apparentes fournies par le théodolite, pour obtenir les coordonnées exactes.

75. *Constitution de l'atmosphère.* — L'atmosphère qui nous entoure a, comme nous le verrons plus loin, une épaisseur d'environ 80^{km}, et l'on démontre qu'au delà de cette couche gazeuse se trouve le vide.

La Physique nous apprend, en outre, que l'air est un fluide pesant, compressible et élastique; il en résulte que lorsque l'atmosphère est en équilibre, on peut la considérer comme formée de couches parallèles au sol dont la densité va en décroissant régulièrement à mesure que l'on s'élève.

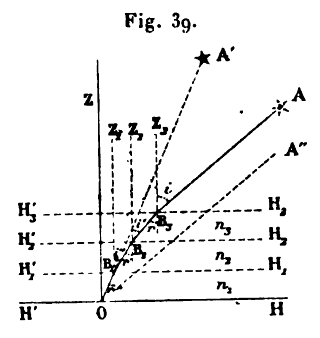
76. *Réfraction astronomique : ses effets.* — Soient (*fig.* 39)

O l'observateur; OZ sa verticale; H_1H_1, H_2H_2, H_3H_3, ... les surfaces de séparation des couches d'air successives, et $AB_3B_2B_1O$ le rayon lumineux qui, partant de l'astre A, arrive dans la lunette du théodolite placé en O.

Ce rayon pénétrant du vide dans une suite de couches gazeuses planes, horizontales et de densités croissantes, subit une série de réfractions successives et, comme à chacun des points d'incidence le rayon réfracté se rapproche de la normale (29), il en résulte que l'observateur placé en O aperçoit l'astre en A', dans la direction du dernier rayon réfracté B_1O, plus près par conséquent du zénith qu'il ne l'est en réalité.

De plus, par suite des lois de la réfraction, les rayons AB_3, B_3B_2

Fig. 39.



et la normale B_3Z_3 sont dans un même plan qui contient aussi la normale B_2Z_2 parallèle à B_3Z_3. Ce plan, renfermant le rayon B_3B_2 et la normale B_2Z_2, contient aussi B_2B_1 et par suite B_1Z_1. Enfin, renfermant B_2B_1 et B_1Z_1 il renferme aussi B_1O et OZ.

Il résulte de là que le rayon lumineux qui parvient à l'œil de l'observateur ne sort pas du vertical de l'astre observé: *la présence de l'atmosphère n'altère donc pas les azimuts; elle a simplement pour effet de diminuer les distances zénithales et d'augmenter les hauteurs.*

L'épaisseur de l'atmosphère étant évidemment négligeable vis-à-vis de la distance à laquelle se trouvent les astres, il en résulte que, si l'atmosphère n'existait pas, l'observateur O verrait l'astre dans la direction OA'' parallèle au premier rayon incident AB_3, de sorte que la déviation subie par le rayon lumineux qui arrive au point O est l'angle A'OA'', que l'on désigne habituellement par R et que l'on appelle l'*angle de réfraction astronomique* du rayon OA'' ou, d'une manière abrégée, la *réfraction* du rayon OA''.

77. *Calcul de la réfraction astronomique.* — Désignons par n_3, n_2, n_1, les indices absolus de réfraction des couches d'air successivement traversées par le rayon $AB_3B_2B_1O$ et soient i, r, i', r', i'', r'', ... les angles d'incidence et de réfraction successifs. On sait que l'on a

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_3}{1}, \qquad \frac{\sin i'}{\sin r'} = \frac{n_2}{n_3}, \qquad \frac{\sin i''}{\sin r''} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Si nous multiplions ces relations membre à membre, il vient, toutes réductions faites

$$\frac{\sin i}{\sin r''} = \frac{n_1}{1},$$

car la figure montre que $r = i'$ et $r' = i''$. Or, si nous désignons par N_a la distance zénithale apparente ZOA′, fournie par le théodolite, les angles i et r'' étant respectivement égaux aux angles ZOA″ et ZOA′, c'est-à-dire à $N_a + R$ et à R, la relation précédente peut s'écrire

$$\frac{\sin(N_a + R)}{\sin N_a} = n_1,$$

ou encore

$$\frac{\sin N_a \cos R + \sin R \cos N_a}{\sin N_a} = n_1.$$

De plus, comme n_1 est très voisin de l'unité, il en résulte que R est un angle très petit. On peut donc, dans la relation précédente, poser

$$\cos R = 1, \qquad \text{et} \qquad \sin R = R \sin 1'',$$

de sorte que cette relation devient

$$\frac{\sin N_a + R \sin 1'' \cos N_a}{\sin N_a} = n_1,$$

d'où l'on déduit sans peine

$$R = \frac{n_1 - 1}{\sin 1''} \operatorname{tang} N_a,$$

formule qui permet de calculer R, connaissant n_1 et N_a.

78. *Remarque I.* — La formule que nous venons de trouver nous montre que la réfraction est d'autant plus grande que la hauteur est plus petite.

Pour $N_a = 90^\circ$, on a $R = \infty$. D'après cela, quand un astre est dans le voisinage de l'horizon, sa hauteur devrait être infiniment

grande, ce qui est absurde. Ceci nous montre que la formule précédente n'est pas applicable aux petites hauteurs. On démontre d'ailleurs que, pour que cette formule donne de bons résultats, il faut que N_a soit inférieure à 75° ou encore que la hauteur soit supérieure à 15°.

La réfraction astronomique, calculée à l'aide de formules très précises dont nous parlerons plus loin, a été mise en tables par M. Caillet, ancien examinateur des Écoles d'Hydrographie. Nous supposerons désormais que l'on possède une de ces tables et que l'on corrige toutes les hauteurs d'astres de la réfraction correspondante.

Cette correction est toujours additive quand il s'agit de passer de la distance zénithale apparente N_a à la distance zénithale exacte N, et toujours soustractive quand on veut passer de la hauteur apparente H_a à la hauteur exacte H. On voit, en effet, sur la figure, que

$$ZOA'' = ZOA' + A'OA'' \quad \text{et} \quad HOA'' = HOA' - A'OA'',$$

c'est-à-dire

$$N = N_a + R \quad \text{et} \quad H = H_a - R,$$

79. *Remarque II.* — La formule de la réfraction nous montre que lorsque $N_a = 0$, c'est-à-dire quand l'astre passe au zénith, $R = 0$. Donc, quand un astre passe au zénith, et seulement alors, on l'aperçoit exactement dans la direction qu'il occupe.

Mesure du temps.

80. Le temps échappe à toute définition : la notion du temps est en effet une notion première que nous possédons tous. Ce qu'il est indispensable de définir, c'est ce que l'on entend par intervalles de temps égaux :

On dit que deux intervalles de temps sont égaux quand ils représentent la durée de deux phénomènes identiques, s'accomplissant dans des conditions exactement semblables.

C'est en partant de cette définition que nous regarderons comme un axiome, que l'on est arrivé à construire des instruments, appelés *horloges,* permettant de mesurer le temps.

81. *Horloges à poids et à balancier.* — Les horloges actuellement

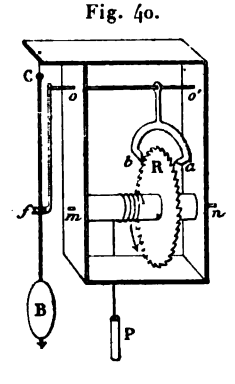
employées dans les observatoires sont les horloges à poids et à balancier.

L'expérience et le calcul montrent que si l'on prend un *pendule,* c'est-à-dire un corps pesant suspendu à l'extrémité d'une tige inextensible, les petites oscillations de cet appareil, de part et d'autre de la verticale passant par le point de suspension, sont *isochrones,* ou, en d'autres termes, s'effectuent dans des intervalles de temps égaux.

Galilée, qui découvrit cette importante propriété du pendule, songea le premier à l'utiliser pour mesurer le temps. Mais ce ne fut qu'en 1657 que l'astronome Huygens inventa une disposition réellement pratique. Voici du reste dans ses grandes lignes le dispositif qu'il imagina, dispositif qui est encore utilisé tel quel dans la plupart des horloges actuelles.

Une roue verticale à dents obliques R (*fig.* 40) appelée *roue de*

Fig. 40.



rencontre ou *roue à rochet* est mise en mouvement par un poids P, soit directement à l'aide d'une corde, ainsi que l'indique la figure, soit par l'intermédiaire de rouages. Une pièce *ab* appelée *ancre* est placée au-dessus et oscille autour d'un axe horizontal *oo'* en même temps que le pendule ou *balancier* CB.

L'ancre et le balancier sont d'ailleurs mis en rapport au moyen de la tige à fourchette *of*.

Lorsque le balancier est vertical, l'une des dents de la roue R s'appuie sur l'extrémité supérieure du crochet *b* et la rotation de cette roue est arrêtée. Mais si le balancier s'éloigne vers la gauche, le crochet *b* s'écarte de la roue; la dent qui s'appuyait sur lui devient libre et la roue R tourne dans le sens de la flèche jusqu'à ce que le crochet *a*, qui s'en est rapproché, soit frappé de bas en haut par la dent qui arrive en dessous.

Le balancier revenant alors vers la droite, le crochet *a* se retire, laisse partir la roue R qui se trouve arrêtée de nouveau un instant après par le crochet *b* qui vient rencontrer la dent suivante et ainsi de suite.

Le mouvement de la roue R ne peut donc s'effectuer que par saccades se succédant à intervalles de temps égaux, comme les oscillations du balancier.

On enregistre les déplacements successifs de la roue R, à l'aide d'une aiguille fixée sur l'axe *mn* et se déplaçant sur un cadran gradué en parties égales, chacune de ces divisions étant parcourue par l'aiguille lorsque le balancier effectue une demi-oscillation.

Si donc on prend pour unité de temps la durée d'une demi-oscillation du balancier, on voit que l'aiguille liée à l'axe *mn* marquera le nombre de demi-oscillations du balancier dans un intervalle de temps donné, c'est-à-dire le nombre d'unités de temps que renferme cet intervalle. Pour que le pendule reçoive des impulsions qui perpétuent son mouvement, les deux crochets *a* et *b* sont terminés par deux petits plans inclinés en sens contraire.

L'extrémité de la dent qui s'échappe vient alors glisser sur le plan incliné correspondant, le pousse et lui donne ainsi, jusqu'au moment où elle est entièrement dégagée, une petite impulsion qui provient du poids qui fait tourner la roue et se trouve répétée à chaque demi-oscillation.

82. *Remarque I.* — Les horloges employées dans les observatoires ont leur cadran divisé en douze parties égales. Le temps que met l'aiguille à parcourir une division s'appelle une *heure*. L'heure se subdivise elle-même en 60 *minutes* et chaque minute en 60 *secondes*.

Pour permettre d'évaluer facilement le temps en heures, minutes et secondes, le cadran est divisé en 60 divisions égales, en plus des divisions horaires. De plus, au lieu d'une seule aiguille, il y en a trois : la plus petite, indiquant les heures, fait un tour complet du cadran en 12 heures; la seconde, indiquant les minutes, se meut plus rapidement et fait le tour du cadran en 1 heure, parcourant par suite une des petites divisions en 1 minute; enfin, la troisième, marchant encore plus vite, fait le tour du cadran en 1 minute, parcourant par suite une des petites divisions en 1 seconde.

83. *Remarque II.* — Lorsqu'un astronome observe à l'aide d'un

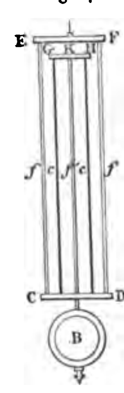
instrument optique quelconque, il est indispensable qu'il puisse préciser l'instant de son observation sans avoir à quitter l'oculaire pour regarder la pendule. Les chocs successifs produits par les crochets de l'ancre sur les dents de la roue à rochet déterminent un bruit particulier, appelé le *battement de l'horloge,* qui permet d'arriver facilement à ce résultat.

Le balancier est construit, en effet, de telle sorte que chaque demi-oscillation s'effectue en 1 seconde : il se produit donc $12 \times 60 \times 60$ ou 43 200 battements en 12 heures. Si, avant de se mettre en observation, l'astronome a noté l'heure ronde indiquée par la pendule, en comptant le nombre de battements entendus depuis cette lecture jusqu'au moment de l'observation, il aura l'heure précise où le phénomène observé s'est produit.

Les astronomes arrivent même à apprécier la fraction de seconde qui marque l'instant précis de l'observation, lorsque cet instant ne coïncide pas avec un battement de la pendule.

84. *Remarque.* — La Physique nous apprend que la durée d'oscillation d'un pendule augmente ou diminue en même temps que

Fig. 41.



sa longueur, et, comme celle-ci varie avec la température, il en résulte qu'une horloge à balancier retarde ou avance selon que la température s'élève ou s'abaisse.

Pour éviter cet inconvénient et rendre, par suite, les oscillations du balancier rigoureusement isochrones, on emploie ordinairement le *balancier compensateur à grille.* Cet instrument, inventé par l'horloger français Leroy, est fondé sur l'inégale dilatabilité du cuivre et du fer. La tige (*fig.* 41) se compose de deux barres transversales CD

et EF en métal quelconque, aux extrémités desquelles sont soudées deux tiges verticales en fer f. Sur la barre transversale inférieure CD sont soudées deux autres tiges verticales en cuivre c, moins longues que les premières et portant une troisième barre transversale GH. Au milieu K de cette barre est fixée la tige centrale f' en fer qui supporte la lentille B et passe librement dans un trou pratiqué au milieu de CD.

Il résulte de cette disposition que la dilatation des tiges f et f' tend à abaisser le centre de la lentille, tandis que celle des tiges c tend au contraire à l'élever.

Le cuivre étant plus dilatable que le fer, il est facile de voir que les longueurs des tiges f, f' et c peuvent être déterminées de telle sorte qu'il y ait compensation à toute température entre leurs allongements et, par suite, invariabilité de la longueur totale du balancier.

Désignons, en effet, par γ et γ' les *coefficients de dilatation linéaire* des tiges de fer et de cuivre, c'est-à-dire l'allongement subi par l'unité de longueur de ces tiges lorsque la température augmente de 1 degré. L'allongement des tiges étant proportionnel à leur longueur et à l'élévation de température, il en résulte que l'allongement total produit par les tiges f et f' est

$$(f+f')\gamma t,$$

quand la température s'élève de 0° à t°, tandis que, dans les mêmes conditions, l'allongement de la tige c a pour valeur

$$c\gamma' t.$$

Pour qu'il y ait compensation il faut donc que l'on ait

$$(f+f')\gamma t = c\gamma' t,$$

et, par suite,

$$\frac{f+f'}{c} = \frac{\gamma'}{\gamma},$$

condition qui est évidemment toujours réalisable. Cette relation étant d'ailleurs indépendante de t, on voit que la compensation obtenue pour une température donnée est permanente.

Par ce procédé on est arrivé à construire des horloges dont la marche a une régularité parfaite et qui, par suite, permettent d'évaluer le temps avec une précision extrême.

85. *Chronomètres.* — Pour qu'une horloge à poids et à balancier

puisse marcher, il est nécessaire qu'elle ne soit pas déplacée. Or, dans certains cas, il est indispensable d'aller faire des observations au loin; il a donc fallu construire des instruments insensibles au mouvement et conservant l'heure avec une exactitude parfaite.

Ces instruments, appelés *chronomètres,* ont une précision qui ne le cède en rien à celle des pendules à balancier compensé : ils en diffèrent simplement par la suppression du balancier et du poids moteur et leur remplacement par des ressorts en forme de spirales. Nous les étudierons d'ailleurs en détail dans le *Cours de navigation*.

CHAPITRE II.

MOUVEMENT DIURNE. LA TERRE. L'ATMOSPHÈRE.

86. *Classification des astres.* — Si l'on examine le ciel avec attention à l'aide de puissantes lunettes astronomiques et du théodolite, on ne tarde pas à remarquer des différences appréciables entre les astres, au point de vue de leur aspect et de leurs mouvements.

Deux de ces astres, le *Soleil* et la *Lune,* attirent plus particulièrement l'attention, à cause de leurs dimensions considérables : la présence du premier au-dessus de l'horizon détermine le jour; le second, visible tantôt le jour, tantôt la nuit, est remarquable par la diversité de ses aspects.

Les autres astres ne sont visibles à l'œil nu que pendant la nuit, parce que leur éclat se trouve effacé par celui du soleil. Toutefois les lunettes d'observatoires permettent d'en apercevoir un certain nombre même pendant le jour.

Par suite de leurs mouvements relatifs et de leurs apparences, ces astres se divisent en trois catégories bien distinctes :

Les *étoiles,* les *planètes* et les *comètes.*

Les *étoiles,* qui forment la très grande majorité des astres que nous apercevons sur la voûte céleste, sont caractérisées par leur immobilité relative : la distance angulaire de deux étoiles reste en effet invariable, d'où le nom de *fixes* donné parfois aux astres de cette catégorie.

Les étoiles examinées à l'aide des lunettes les plus puissantes conservent toujours l'apparence de simples points lumineux, dont la lumière a des éclats diversement colorés, qui constituent ce qu'on appelle le *scintillement des étoiles.*

Les distances angulaires des étoiles, prises deux à deux, restant invariables à toute époque et en tout lieu, il en résulte que les figures

telles que droites, triangles, polygones, formées par ces astres sur la voûte céleste, restent également invariables.

Frappé de ce fait, Hipparque de Rhodes, astronome qui vivait 120 ans avant Jésus-Christ, avait déterminé les distances angulaires d'un très grand nombre d'étoiles et en avait déduit la représentation exacte du firmament. Cette représentation, comparée à celles que l'on obtient actuellement par le même procédé, n'offre que des variations insignifiantes, ce qui montre que l'invariabilité des positions relatives des étoiles est permanente.

Les *planètes* sont caractérisées par leurs déplacements plus ou moins rapides parmi les étoiles : on reconnaît, en effet, que les distances angulaires des planètes aux étoiles, ou des planètes entre elles, varient constamment. De plus, examinés à l'aide de puissantes lunettes, ces astres qui, à l'œil nu, paraissent n'être que de simples points lumineux, se présentent sous la forme de petits disques brillants dont l'éclat reste invariable.

Certaines planètes sont accompagnées dans leurs mouvements par d'autres planètes plus petites qui paraissent tourner autour d'elles : ces petites planètes sont appelées les *satellites* de la grande.

Les *comètes* se distinguent des autres astres par leur aspect bizarre : on les aperçoit sous la forme de points brillants suivis d'une longue traînée lumineuse. Le point brillant est la *tête* de la comète, la traînée lumineuse en est la *chevelure*. Les comètes, dont la présence dans le ciel est toujours temporaire, se déplacent plus ou moins rapidement par rapport aux autres astres.

On reconnaît aisément que la *Lune* se déplace au milieu des étoiles, absolument comme les planètes et les comètes; il en est de même du *Soleil*, ainsi qu'on peut le constater en mesurant les distances angulaires de cet astre aux étoiles que l'on peut apercevoir en plein jour, à l'aide des lunettes d'observatoires.

I. — MOUVEMENT DIURNE.

---

87. On donne le nom de *mouvement diurne* au mouvement d'ensemble que les astres paraissent avoir sur la sphère céleste, mouvement dont nous avons constaté l'existence dès le début de ce cours.

Ce phénomène céleste étant le premier qui attire notre attention, il est tout indiqué de l'étudier tout d'abord, afin d'en préciser les apparences et d'en découvrir les lois.

88. *Aspect du mouvement diurne.* — Supposons-nous dans nos contrées, au milieu d'une plaine par exemple, afin que notre vue ne soit gênée par aucun obstacle : chaque jour nous voyons le soleil se *lever,* c'est-à-dire apparaître d'un côté de l'horizon, s'élever à une certaine hauteur, puis s'abaisser et se *coucher,* c'est-à-dire disparaître du côté opposé. Si, pendant une nuit sereine nous nous tournons vers le midi, c'est-à-dire vers la région où le soleil se trouvait au milieu de la journée, nous voyons tous les astres de la région placée devant nous suivre une route analogue à celle du soleil, c'est-à-dire se lever à gauche, monter lentement dans le ciel en décrivant des courbes les rapprochant plus ou moins du zénith et se coucher dans la région de droite.

Si, au lieu de nous tourner vers le midi, nous faisons face au nord, c'est-à-dire à la région opposée, nous verrons encore une partie des astres de cette région se lever à droite pour se coucher à gauche, tandis que les autres restent constamment au-dessus de l'horizon et semblent tourner circulairement autour d'un point fixe du ciel, voisin d'une étoile connue sous le nom d'*étoile polaire.* Celle-ci, à première vue, paraît immobile, mais en l'observant attentivement, on reconnaît qu'elle se meut comme les autres.

Si l'on a pris soin de noter les heures successives des levers d'un même astre, on reconnaît que l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre deux levers consécutifs est peu différent de celui qui sépare deux levers successifs du soleil, c'est-à-dire d'un *jour :* de là le nom de *mouvement diurne* donné à ce mouvement général des astres sur la voûte céleste.

Pour que ce mouvement soit complètement connu, il nous reste maintenant à déterminer les trajectoires décrites par chaque astre sur la sphère locale, ainsi que la relation qui existe entre les arcs parcourus sur ces trajectoires et les temps employés à les parcourir.

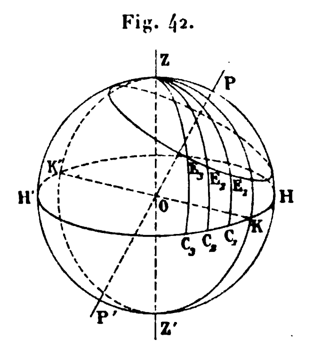
Mouvement diurne des étoiles.

89. *Détermination des trajectoires.* — Pour déterminer les trajectoires diurnes décrites par les étoiles sur la sphère locale, imaginons

qu'un observateur ait mesuré avec soin, à l'aide du théodolite, et à des intervalles de temps très rapprochés, les azimuts Z_1, Z_2, Z_3, ... d'une même étoile E, ainsi que les distances zénithales correspondantes N_1, N_2, N_3, ...

Prenons, pour figurer la sphère locale de cet observateur, une sphère matérielle O (*fig.* 42), de rayon aussi grand que possible, et traçons sur cette sphère deux grands cercles perpendiculaires l'un sur l'autre : le premier HH′ figurant l'horizon apparent du lieu O, le second ZKZ′K pourra être considéré comme représentant le vertical,

Fig. 42.



origine des azimuts. Le point Z figurant alors le zénith de l'observateur, portons à partir du point K, dans le sens convenable, des arcs $KC_1 = Z_1$, $KC_2 = Z_2$, $KC_3 = Z_3$, ... et traçons les grands cercles ZC_1, ZC_2, ZC_3, ... Ces grands cercles représenteront les verticaux de l'étoile au moment des observations successives, de sorte que si nous portons sur ces verticaux des arcs $ZE_1 = N_1$, $ZE_2 = N_2$, $ZE_3 = N_3$, ..., nous obtiendrons en E_1, E_2, E_3, ... les positions occupées successivement par l'étoile E sur la sphère locale. Joignant alors les points E_1, E_2, E_3, ... par un trait continu, nous obtiendrons la représentation de la trajectoire décrite par l'étoile E sur la sphère locale.

Répétant les mêmes observations et constructions pour toutes les étoiles, on constate que :

1° Les trajectoires des étoiles sont des petits cercles ayant tous les mêmes pôles P et P′, et par conséquent parallèles entre eux;

2° La position des pôles P et P′ reste invariable à toute époque sur la sphère locale du lieu O;

3° Les étoiles atteignent toutes leur ***hauteur de culmination***, c'est-à-dire leur plus grande hauteur, en traversant le plan vertical ZKZ′K′ qui contient les pôles P et P′ et qu'on appelle pour ce motif, le ***plan de culmination;***

4° Les étoiles *circumpolaires,* c'est-à-dire celles qui restent constamment au-dessus de l'horizon, atteignent également leur plus faible hauteur en traversant le plan de culmination;

5° A deux distances zénithales égales d'une même étoile, correspondent des verticaux formant des angles égaux de part et d'autre du plan de culmination.

90. *Détermination du mouvement des étoiles sur leurs trajectoires.* — Si l'observateur a noté soigneusement les heures $h_1, h_2, h_3, \ldots$ marquées par une pendule lorsque l'étoile E occupait les positions E_1, E_2, E_3, ... (*fig.* 42), les différences $h_2 - h_1$, $h_3 - h_2$, ... représentent les temps employés par l'étoile pour parcourir les arcs E_1E_2, E_2E_3, ... de son parallèle diurne.

En mesurant ces arcs, on constate que l'on a :

$$\frac{E_1E_2}{h_2 - h_1} = \frac{E_2E_3}{h_3 - h_2} = \ldots,$$

c'est-à-dire que les arcs parcourus sont proportionnels aux temps employés à les parcourir et, par suite, que *les étoiles décrivent leurs parallèles diurnes d'un mouvement uniforme.*

On constate également, ce qui était du reste à prévoir, que la durée d'une révolution diurne complète est rigoureusement la même pour chaque étoile.

91. *Observations en divers lieux.* — Si l'observateur se déplace d'une manière quelconque sur la surface de la terre, en répétant en chaque lieu les observations et constructions que nous venons de décrire, on constate que les particularités présentées par le mouvement diurne des étoiles sont les mêmes partout et, en outre, que :

1° Les distances angulaires des étoiles prises deux à deux de toutes les manières possibles sont exactement les mêmes sur toutes les sphères locales;

2° Les trajectoires des mêmes étoiles sont, à la même époque, également distantes des pôles sur toutes les sphères locales;

3° La ligne des pôles de ces trajectoires passe toujours par l'œil de l'observateur et par un point fixe du ciel; la direction de cette ligne idéale est donc invariable dans l'espace, mais l'angle qu'elle fait avec la verticale de l'observateur varie d'un lieu à un autre;

4° Le temps que les étoiles mettent à effectuer une rotation diurne complète est rigoureusement le même pour toutes et partout.

92. *Remarque.* — Plusieurs conséquences extrêmement importantes se déduisent des résultats que nous venons de trouver :

1° Puisque toutes les étoiles décrivent des cercles parallèles entre eux et conservent entre elles des distances angulaires invariables, il en résulte que le mouvement des étoiles est un mouvement d'ensemble. Tout se passe donc comme si les étoiles étaient fixées sur une sphère matérielle transparente, de rayon immense, ayant pour centre le centre de la sphère locale et tournant tout d'une pièce, d'un mouvement uniforme, autour d'un de ses diamètres dont la direction reste fixe. Nous regarderons cette sphère idéale comme existant réellement et nous lui donnerons le nom de *sphère étoilée.* Cette fiction nous sera fréquemment utile par la suite pour l'explication des mouvements célestes.

2° Puisque les distances angulaires des étoiles restent invariables quand l'observateur se déplace d'une manière quelconque sur la surface de la Terre, nous devons en conclure que les dimensions de la Terre sont insensibles par rapport à la distance à laquelle se trouvent les étoiles.

3° Les étoiles ne pouvant tourner simultanément autour de plusieurs axes différents, il en résulte que la direction des axes de rotation de toutes les sphères étoilées est la même; par suite *les axes de rotation de toutes les sphères étoilées locales sont parallèles.*

4° Les axes de rotation de toutes les sphères étoilées locales étant parallèles, puisque les angles formés par ces axes et la verticale de l'observateur varient d'un lieu à un autre, il en résulte que les verticales des lieux successivement occupés par l'observateur ne sont pas parallèles. Par conséquent *la Terre n'est pas plane* ainsi que les apparences semblaient tout d'abord l'indiquer.

93. *Jour sidéral : ses divisions.* — Le temps que met une étoile quelconque à effectuer une révolution diurne complète étant rigoureusement constant, les astronomes ont adopté cette durée pour unité de mesure du temps et lui ont donné le nom de *jour sidéral.* Par conséquent, *le jour sidéral est l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux culminations successives d'une même étoile ou d'un point fixe de la sphère étoilée.*

Le jour sidéral a été divisé en 24 heures sidérales; chaque heure en 60 minutes et chaque minute en 60 secondes. Enfin chaque seconde sidérale se subdivise elle-même en dixièmes, centièmes, etc. de seconde.

94. *Pendule sidérale.* — Les horloges d'observatoires ont été construites pour marquer le temps sidéral et s'appellent, pour ce motif, des *pendules sidérales*.

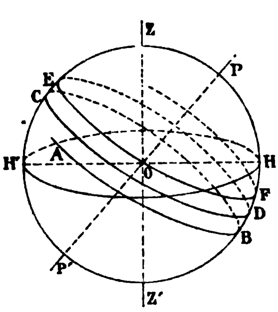
La longueur du balancier compensateur de ces horloges a donc été calculée de telle sorte qu'il se produise $24 \times 60 \times 60$ ou 86 400 battements en un jour sidéral, c'est-à-dire pendant que la petite aiguille fait deux fois le tour complet du cadran.

Le bruit de l'échappement, à chaque demi-oscillation, indique donc le commencement et la fin d'une seconde sidérale.

Mouvement diurne du Soleil, de la Lune et des planètes.

95. Soient O (*fig.* 43) le centre de la sphère locale, ZOZ' la verticale, HH' l'horizon apparent et PP' l'axe de rotation de la sphère étoilée, axe que nous supposerons dans le plan de la figure, ce qui revient à dire que ZPHZ'P'H' est le plan des culminations.

Fig. 43.



Si l'on répète pour le Soleil, la Lune et les planètes les mêmes observations et les mêmes constructions que pour les étoiles, on reconnait que :

1° Le Soleil, la Lune et les planètes ne décrivent pas, comme les étoiles, des petits cercles sur la sphère céleste : les trajectoires de ces astres autour de PP' affectent la forme de spirales sphériques telles que ABCDEF... à spires plus ou moins serrées;

2° Pendant une révolution complète autour de PP' ces astres atteignent tous leurs plus grandes et leurs plus petites hauteurs *à très peu près* dans le plan de culmination;

3° A des hauteurs égales correspondent, *dans la même journée,*

des verticaux à peu près également inclinés de part et d'autre du plan de culmination;

4° Les distances angulaires de ces astres entre eux, ou entre eux et les étoiles, varient constamment et ne sont pas les mêmes, au même instant, pour des observateurs très éloignés l'un de l'autre;

5° Le mouvement de ces astres sur leurs trajectoires n'est pas uniforme;

6° Le temps qui s'écoule entre deux culminations successives de l'un quelconque de ces astres varie constamment;

7° La durée d'une révolution complète du Soleil autour de PP′ excède d'environ 4 minutes celle du jour sidéral;

8° La durée d'une révolution complète de la Lune autour de PP′ surpasse de 50 minutes environ celle du jour sidéral.

96. *Remarque.* — Les distances angulaires du Soleil, de la Lune et des planètes aux étoiles n'étant pas les mêmes, au même instant, pour deux observateurs éloignés l'un de l'autre, il en résulte que ces astres sont beaucoup plus rapprochés de nous que les étoiles.

De plus, si l'on considère la sphère étoilée comme le support commun de tous les astres, on doit considérer le Soleil, la Lune et les planètes comme des points mobiles se déplaçant plus ou moins rapidement sur sa surface.

Détermination de l'axe de rotation de la sphère étoilée en un lieu donné.

97. L'axe de rotation de la sphère étoilée étant situé dans le plan de culmination, il est clair que cet axe sera complètement déterminé si l'on connaît :

1° La *méridienne* du lieu, c'est-à-dire la trace du plan de culmination sur l'horizon apparent;

2° L'angle que la verticale du lieu forme avec l'axe de rotation de la sphère étoilée.

98. *Détermination de la méridienne d'un lieu.* — Considérons une étoile circumpolaire et soit E_1E_2 (*fig.* 44) son parallèle diurne. On sait que le vertical ZPH du pôle de ce petit cercle n'est autre chose que le plan de culmination, de sorte que la méridienne du lieu O est OH.

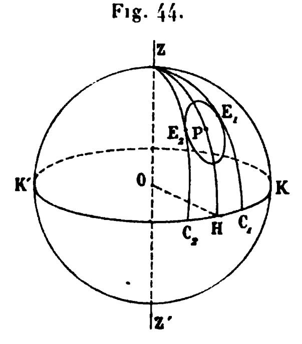
Or, si nous menons les verticaux ZE_1C_1 et ZE_2C_2 tangents au cercle E_1E_2, il est clair que les angles C_1ZH et C_2ZH sont égaux, de sorte que si ZK est le vertical origine des azimuts, l'azimut du point H est

$$KH = \frac{KC_1 + KC_2}{2}.$$

Il en résulte que la direction de la méridienne sera indiquée par le rayon du cercle azimutal qui correspond à l'azimut du point H fourni par la relation précédente.

Comme, dans le voisinage des points E_1 et E_2, l'azimut de l'étoile

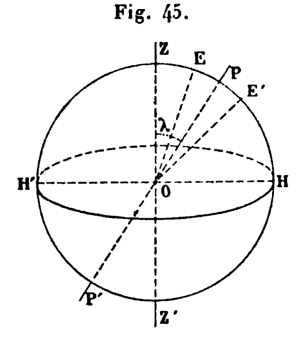
Fig. 44.



varie très lentement, les azimuts KC_1 et KC_2 s'obtiennent avec une très grande précision, de sorte que la direction de la méridienne est déterminée avec une très grande exactitude par ce procédé.

99. *Détermination de l'inclinaison de l'axe de rotation de la sphère étoilée.* — Si nous observons une étoile circumpolaire, les

Fig. 45.



points E et E' (*fig.* 45), où cette étoile traverse le plan de culmination, sont également éloignés de l'extrémité P de l'axe de rotation de la

sphère étoilée. Si donc nous installons un théodolite, de telle sorte que son limbe vertical soit dirigé dans le plan des culminations, en mesurant les distances zénithales $ZE = N$ et $ZE' = N'$, on voit sans peine sur la figure que

$$\lambda = \frac{N + N'}{2},$$

en désignant par λ l'angle ZOP, c'est-à-dire la distance zénithale du point P.

II. — LA TERRE.

Sphéricité, rotation et représentation de la Terre.

100. L'étude du mouvement diurne nous a montré que, contrairement aux premières apparences, la Terre n'est pas plane, puisque les verticales des divers points de sa surface ne sont pas parallèles.

Il est donc indispensable, avant d'aller plus loin, de tâcher de nous faire une idée un peu plus précise de la forme de la Terre qui nous porte et nous sert d'observatoire : de la connaissance exacte de sa forme et de ses dimensions dépend d'ailleurs la rigueur même de nos observations, puisque l'hypothèse des couches atmosphériques planes, dans le calcul de la réfraction astronomique, ne peut plus être considérée que comme une hypothèse approchée, acceptable seulement pour les rayons lumineux qui ne s'écartent pas trop de la verticale.

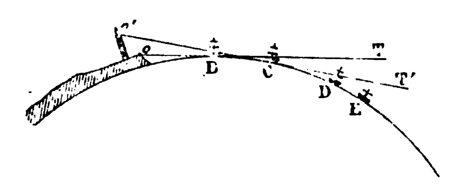
101. *Sphéricité et isolement de la Terre.* — De prime abord, quand on se place au milieu d'une plaine, la Terre nous apparaît comme une surface sensiblement plane sur laquelle la voûte céleste semble reposer. Mais ce n'est là qu'une illusion, car les faits suivants, observés depuis longtemps, démontrent au contraire que *la Terre est un corps rond, isolé de toutes parts :*

Lorsqu'un navire quitte un port, un spectateur placé en O (*fig.* 46), sur le rivage, le voit, au bout de quelque temps, s'enfoncer en quelque sorte au-dessous de l'horizon. Bientôt le corps du navire ne se voit plus, même avec une lunette, tandis que les mâts et les voiles s'aperçoivent encore distinctement; puis le bas des mâts disparaît à son tour et enfin le haut.

Pour revoir le navire, il suffit à l'observateur de monter rapidement en O', au sommet d'un phare par exemple. A mesure qu'il s'élève, il aperçoit d'abord le sommet des mâts, puis successivement une partie plus ou moins grande de la mâture et enfin la coque.

Les mêmes phénomènes ont lieu, mais en sens inverse, quand un navire revient au port : on aperçoit d'abord le haut de sa mâture, puis le bas, puis la coque. Enfin les mêmes apparences se retrouvent

Fig. 46.



partout en mer pour un navire qui s'éloigne ou se rapproche d'un autre navire.

Tous ces faits seraient inexpliquables si la Terre était plane : dans ce cas, en effet, le navire serait vu tout entier tant qu'il serait à portée de la vue distincte, et dans le lointain, ce serait évidemment la coque qui, étant la plus massive, disparaîtrait la dernière ou apparaîtrait la première.

Tout s'explique au contraire très bien quand on admet la convexité de la Terre. L'observateur ayant l'œil au point O, menons par ce point la tangente OT à la courbe que décrit le navire sur la surface de la mer supposée convexe et soit B, le point de contact.

Tant que le navire n'a pas dépassé le point B il est vu tout entier du point O. Au delà du point B, au contraire, la partie inférieure commence à devenir invisible; en C on ne voit plus que la mâture; en D le haut des mâts et enfin plus rien quand le navire sera en E.

Si l'observateur monte en O', en menant la tangente O'T', on voit qu'il apercevra encore une partie de la mâture si le navire est en E, toute la mâture s'il est en D, et enfin le navire tout entier quand il est en C ou en B.

Nous admettrons donc désormais que *la surface des mers est convexe.*

Pour nous rendre mieux compte de la forme de la Terre, installons un théodolite au point O et visons avec la lunette un point de l'horizon : si l'on fait tourner l'instrument autour de son axe vertical sans toucher à la lunette, on reconnaît que l'axe optique reste constamment tangent

à la surface de la mer. On obtient du reste un résultat semblable en installant un théodolite en O′ ou en un autre lieu quelconque.

Par conséquent l'horizon visible n'est autre chose que la courbe de contact de la surface de la mer avec un cône de révolution ayant son sommet au centre du théodolite.

Cette courbe étant toujours parfaitement circulaire, il faut en conclure que *la surface des mers est sphérique,* car la sphère est la seule surface qui jouisse de cette propriété.

Il est clair que nous ne pouvons en dire autant de la surface des continents à cause des accidents de terrain qu'on y rencontre. Toutefois, si l'on se place dans un lieu élevé, au milieu d'une vaste plaine, les apparences sont sensiblement les mêmes que si l'on se trouvait en mer : l'horizon a toujours comme aspect général celui d'une vaste circonférence dont l'œil de l'observateur paraît être le centre.

En faisant abstraction des accidents du sol, nous sommes donc amenés à dire que la surface des continents est le prolongement de la surface des mers, et à admettre, par suite, que *la Terre est sphérique.*

Cette conclusion est du reste pleinement confirmée par un phénomène que nous étudierons plus loin : celui des éclipses de Lune. Si l'on examine avec soin la forme de l'échancrure déterminée par l'ombre de de la Terre sur le disque lunaire, on reconnaît que cette forme est exactement celle d'un arc de cercle.

Par conséquent la Terre est certainement sphérique et les accidents du sol n'altèrent pas sensiblement cette forme.

Enfin, les nombreux voyages de circumnavigation accomplis dans toutes les directions sur la surface de la Terre ont montré que la Terre était isolée dans l'espace.

102. *Mesure approchée du rayon de la Terre.* — Nous avons été amenés à admettre, dans le paragraphe précédent, que la Terre pouvait être considérée comme sphérique, la surface des continents étant confondue sensiblement avec celle des mers idéalement prolongée au-dessous d'eux.

Pour justifier cette hypothèse, il nous reste à montrer que les plus hautes montagnes de la Terre, qui ne dépassent pas 9000^{m}, sont d'une hauteur négligeable, vis-à-vis de la longueur du rayon terrestre.

Calculons donc la longueur du rayon de la Terre, et pour cela soient o (*fig.* 47) le centre d'un théodolite établi à une hauteur $Ao = e$ au-dessus de la surface de la mer, et $HoB = \alpha$ l'angle que le plan horizontal, mené par le point o, forme avec l'axe optique de la

lunette quand celui-ci est tangent à la surface de la mer. Le triangle ToB, rectangle en B, donne :

$$TB = To \cos\alpha,$$

ou, en désignant par r le rayon terrestre :

$$r = (r + e)\cos\alpha.$$

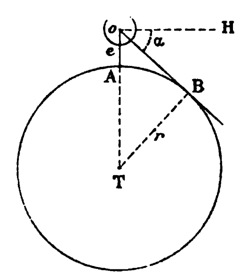
On en déduit

$$r = \frac{e\cos\alpha}{1-\cos\alpha} = \frac{e\cos\alpha}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Naturellement, on devra opérer sur une très grande hauteur e, afin d'atténuer les erreurs inévitables dans la mesure de l'angle α qui est toujours très petit.

A Brest, en opérant à une hauteur de 75^m, on a trouvé $\alpha = 15'30''$.

Fig. 47.



Si l'on introduit ces nombres dans l'expression précédente, on trouve 7400^{km} en chiffres ronds, valeur qui diffère de la valeur exacte d'environ $\frac{1}{7}$, ainsi que nous le verrons plus loin.

Mais, quoi qu'il en soit, on voit que la hauteur des plus grandes montagnes n'est guère que la $\frac{1}{800}$ partie du rayon terrestre, ce qui justifie l'hypothèse que nous avons admise.

Pour une sphère de 1^m de diamètre, la saillie des plus hautes montagnes n'atteindrait pas $0^m,0006$, c'est-à-dire passerait complètement inaperçue.

103. *Rotation de la Terre autour d'un axe passant par son centre.* — L'étude du mouvement diurne nous a montré que tout se passait comme si la Terre étant immobile, toutes les étoiles tournaient d'un mouvement d'ensemble, de vitesse uniforme, autour d'un axe fixe rencontrant la surface de la Terre.

Si la Terre est réellement immobile, les étoiles tournent effectivement autour de nous ainsi que les apparences semblent l'indiquer. Mais l'invraisemblance d'un tel mouvement est manifeste : les étoiles étant immensément éloignées de nous, les rayons de leurs trajectoires diurnes sont eux-mêmes immensément grands et par suite, pour que les étoiles puissent parcourir leurs trajectoires en 24 heures sidérales, il faudrait qu'elles soient animées de vitesses tellement prodigieuses qu'elles en deviennent invraisemblables.

Si l'on admet, au contraire, que la Terre tourne sur elle-même autour d'un axe passant par son centre et dans le sens inverse du mouvement diurne apparent, il est clair que toutes les apparences du mouvement diurne restent les mêmes, mais ne donnent lieu, cette fois, à aucune invraisemblance.

Le plan d'horizon apparent est en effet comme un plan matériel attaché à la Terre : si la Terre tourne de gauche à droite quand on fait face au nord, ce plan paraîtra s'abaisser à droite et s'élever à gauche. Les étoiles étant alors supposées immobiles dans le ciel, toutes celles qui étaient voisines de la région de droite auront paru s'élever; celles qui étaient voisines du zénith auront paru se déplacer de droite à gauche et enfin celles qui étaient dans la région de gauche auront paru se rapprocher de l'horizon.

Le mouvement de la Terre explique donc bien les apparences constatées.

Puisque la durée de la révolution diurne apparente des étoiles est de 24 heures sidérales, en supposant ces astres immobiles, il faut admettre nécessairement que la Terre tourne sur elle-même en 24 heures sidérales, autour d'un axe qui est évidemment parallèle à celui de la sphère étoilée.

Nous admettrons donc désormais avec Copernic que : *la Terre tourne sur elle-même, autour d'un axe de direction fixe passant par son centre. Son mouvement de rotation est uniforme, s'effectue de gauche à droite pour un observateur tourné vers le nord, et la durée de sa rotation est de 24 heures sidérales.*

104. *Preuves de la rotation de la terre.* — La conclusion à laquelle nous venons d'arriver, en nous fondant sur la seule invraisemblance du mouvement diurne des étoiles, est vérifiée par de nombreuses preuves mécaniques absolument indiscutables :

1° Le mouvement de rotation de la terre autour d'un axe passant

par son centre est entièrement conforme aux lois de la Mécanique : il suffit que ce mouvement ait commencé sous l'impulsion d'une force quelconque pour qu'il se conserve ensuite indéfiniment, sans aucune altération.

2° Si on laisse tomber un corps verticalement d'une très grande hauteur, il doit dévier légèrement de la verticale et dans le sens du mouvement de la Terre. En effet, si la Terre tourne, la vitesse du point de départ est plus grande que celle du point d'arrivée qui est plus voisin de l'axe de rotation et par suite le corps doit tomber en avant, dans le sens du mouvement.

En laissant tomber un corps dans un puits de mine très profond, on a effectivement constaté cette déviation; mais l'expérience est très délicate, car la déviation est très petite et par suite très difficile à mesurer.

3° D'autres expériences enfin, que nous ne pouvons décrire dans ce cours, sont des preuves irréfutables de la rotation de la Terre autour d'un axe passant par son centre (pendule de Foucault, gyroscope).

105. *Remarque.* — Bien que la Terre tourne effectivement sur elle-même, ainsi que nous venons de le constater, nous continuerons à considérer la Terre comme fixe et les astres comme seuls en mouvement.

Il ne peut en résulter aucun inconvénient, puisque nous savons à quoi nous en tenir; de plus, en procédant ainsi, nous conservons l'avantage de mettre notre langage en concordance avec le témoignage de nos sens, ce qui simplifie considérablement les raisonnements.

106. *Verticale. Lieux antipodes.* — Nous avons appelé *verticale* d'un lieu la direction de la pesanteur en ce lieu; cette direction étant perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles, dans le lieu considéré, est donc perpendiculaire au plan tangent à la sphère terrestre en ce lieu.

Il en résulte que la direction de la verticale, en un lieu donné, passe par le centre de la Terre ou encore, que *la verticale d'un lieu est le rayon terrestre qui aboutit en ce lieu.*

Deux points situés aux extrémités d'un même diamètre terrestre sont dits *antipodes* l'un de l'autre.

107. *Horizon apparent.* — Nous avons appelé horizon apparent

d'un lieu, le plan perpendiculaire à la verticale de ce lieu, au point où cette ligne rencontre la surface de la Terre.

Le plan d'horizon apparent est donc, d'après ce que nous venons de dire, le plan tangent à la sphère terrestre mené par le lieu considéré.

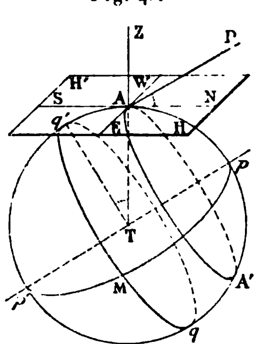
108. *Pôles, équateur, méridiens et parallèles.* — Soient T (*fig.* 48) le centre de la Terre, A un point de sa surface, TZ la verticale de ce point et pp' l'axe de rotation de la sphère terrestre.

Les points p et p' où cet axe rencontre la surface de la Terre s'appellent les *pôles terrestres.*

Le pôle p qu'un observateur a devant lui, quand il a à sa droite la région dans laquelle se lèvent les astres, s'appelle le *pôle nord* ou *boréal;* le pôle opposé p' s'appelle le *pôle sud* ou *austral.*

Le pôle le plus rapproché de nos contrées est le pôle nord. On

Fig. 48.



appelle *équateur* le grand cercle qq' dont le plan est perpendiculaire à la ligne des pôles pp'.

L'équateur partage la surface de la Terre en deux hémisphères dont chacun porte le nom du pôle qu'il contient.

Tout grand cercle pMp' passant par la ligne des pôles est un *méridien.*

Un *parallèle* est un petit cercle AA' dont le plan est parallèle à l'équateur.

109. *Remarque.* — Si par le point A (*fig.* 48) nous menons une parallèle AP à pp', cette parallèle est la direction de l'axe de rotation de la sphère étoilée dans le lieu A. Or, le méridien pAp' contenant pp' et TAZ contient aussi AP, de sorte que *le plan méridien d'un lieu se confond avec le plan des culminations.*

110. *Méridienne. Points cardinaux.* — La méridienne d'un lieu étant la trace, sur l'horizon apparent, du plan de culmination, il en résulte que la méridienne est aussi l'intersection du plan d'horizon apparent avec le plan méridien supposé prolongé.

La méridienne NS (*fig.* 48) s'appelle aussi la *ligne nord-sud;* la perpendiculaire EW à la méridienne prend le nom de *ligne est-ouest.*

Ces deux lignes déterminent sur l'horizon quatre points : N, S, E, W, qui s'appellent *les quatre points cardinaux.*

Un observateur placé en A et faisant face au *nord* aura donc le *sud* derrière lui, l'*est* ou *orient* à sa droite et l'*ouest* ou *occident* à sa gauche.

111. *Coordonnées géographiques d'un lieu : latitude, colatitude, longitude.* — La détermination d'un lieu situé sur la surface de la Terre se fait à l'aide de deux coordonnées analogues à celles qui nous ont servi pour déterminer la position d'un astre sur la sphère céleste.

On appelle *latitude* du lieu A (*fig.* 48) l'angle ATq' que la verticale TA fait avec sa projection Tq' sur l'équateur. Cet angle, mesuré par l'arc q'A du méridien pAp', se compte de 0° à 90° à partir de l'équateur. La latitude est boréale ou australe suivant que le lieu A est dans l'hémisphère boréal ou austral.

Tous les points d'un même parallèle ont évidemment la même latitude.

Le complément de la latitude est la *colatitude:* la colatitude du point A est donc mesurée par l'arc de méridien pA.

On appelle *longitude* du lieu A, l'angle que le méridien pAp' de ce lieu forme avec un autre méridien fixe pMp', choisi une fois pour toutes et appelé *premier méridien;* la longitude du lieu A est donc mesurée par l'arc Mq' d'équateur et se compte de 0° à 180° dans les deux sens, à partir du méridien origine.

La longitude est dite *orientale* ou *occidentale* suivant que le lieu considéré est à l'est ou à l'ouest du premier méridien. Sur la figure, la longitude du lieu A est donc une longitude ouest ou occidentale.

Tous les points d'un même méridien ont évidemment la même longitude.

Le choix du premier méridien est arbitraire : on a presque universellement adopté celui de l'Observatoire de Greenwich, en Angleterre, près de Londres. En France, cependant, on se sert, comme

premier méridien, de celui de l'Observatoire de Paris. La longitude de Greenwich par rapport à Paris est de $2^\circ 20' 14'',4$ Ouest.

La longitude et la latitude d'un lieu sont ce que l'on appelle ses *coordonnées géographiques*.

112. *Remarque.* — En Astronomie on exprime souvent les longitudes en heures, minutes et secondes. A cet effet on est convenu de regarder la circonférence complète comme divisée en 24 heures et l'on a ensuite subdivisé l'heure en 60 minutes et la minute en 60 secondes. Il est d'ailleurs très facile de transformer en heures, minutes et secondes une longitude exprimée en degrés, minutes et secondes et réciproquement. Pour cela il suffit de se rappeler les relations suivantes, faciles à trouver,

$$1^h = 15^\circ, \qquad 1^m = 15', \qquad 1^s = 15''.$$

113. *Détermination de la latitude d'un lieu.* — On sait que l'axe de rotation AP de la sphère étoilée, dans le lieu A (*fig.* 48), est parallèle à l'axe de rotation pTp' de la Terre. Or les angles ATq' et NAP ayant leurs côtés respectivement perpendiculaires, il en résulte que l'on a

$$L = NAP,$$

en désignant par L la latitude du point A. On voit donc que la latitude d'un lieu est l'angle que l'horizon apparent de ce lieu forme avec l'axe de rotation de la sphère étoilée.

En déterminant la direction de cet axe (99) nous avons donc, en réalité, mesuré la colatitude du lieu A, puisque l'axe ZAP est le complément de NAP. Par conséquent

$$L = 90 - \lambda,$$

λ désignant la valeur de l'angle ZAP.

114. *Détermination de la longitude d'un lieu.* — Le principe sur lequel repose cette détermination est le suivant: *la longitude d'un lieu est égale à la différence des heures marquées par une même pendule sidérale quand une étoile déterminée passe successivement aux méridiens de Paris et du lieu.*

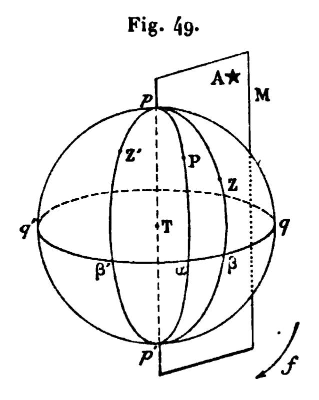
Soient en effet T (*fig.* 49) la sphère terrestre, pp' son axe de rotation, pPp' le premier méridien, pZp' et $pZ'p'$ les méridiens de deux lieux situés l'un dans l'est, l'autre dans l'ouest de ce méridien origine.

A étant une étoile quelconque, nous pouvons toujours imaginer

que l'on fasse passer un plan M par l'axe pp' de la Terre et le point A, puis que ce plan accompagne l'étoile dans son mouvement de rotation diurne.

Par suite du mouvement de A il est clair que le plan M en tournant dans le sens de la flèche s'appliquera successivement sur les méridiens des lieux Z, P et Z' et, comme A a un mouvement uniforme lui faisant effectuer une rotation complète en 24 heures sidérales, il en résulte que, chaque fois que le plan M aura tourné de 15°, 15'

Fig. 49.



ou 15", il aura parcouru 1^h, 1^m ou 1^s de longitude et il se sera écoulé 1^h, 1^m ou 1^s de temps sidéral. Si donc nous désignons par G_e la longitude Est du point Z et par G_0 la longitude Ouest du point Z', on aura bien :

$$G_e = \alpha\beta = h' - h, \qquad \text{et} \qquad G_0 = \alpha\beta' = h'' - h'.$$

Il existe plusieurs méthodes permettant de déterminer les longitudes en utilisant le principe que nous venons d'établir. Voici les deux principales :

1° *Méthode télégraphique.* — Supposons que les lieux Z et P soient reliés par un ligne télégraphique. A l'instant précis où l'observateur placé en Z voit passer l'étoile A au méridien, il lance un signal télégraphique. La transmission de ce signal pouvant être considérée comme instantanée, l'observateur placé en P lit aussitôt et note l'heure que marque sa pendule sidérale, puis il observe à son tour le passage de l'étoile à son méridien, ainsi que l'heure correspondante. La différence des heures ainsi obtenues donnera, d'après le principe précédent, la longitude du point Z.

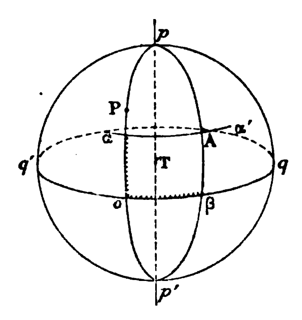
2° *Méthode du chronomètre.* — Un observateur part de Z en

emportant un chronomètre réglé de manière à marquer $0^h 00^m 00^s$ lorsque l'étoile A passe au méridien du lieu Z. En arrivant à Paris il observe le passage méridien de la même étoile et lit l'heure correspondante du chronomètre : l'heure lue à ce moment est précisément la longitude cherchée.

C'est cette seconde méthode qui est utilisée par les marins, ainsi que nous le verrons dans le Cours de Navigation.

115. *Représentation de la Terre.* — La Terre ayant une forme sphérique sera admirablement bien représentée par un globe matériel. Voyons comment on peut placer sur ce globe les divers points de la surface terrestre. Le rayon et la corde qui sous-tend un quart du grand cercle de cette sphère ayant été déterminés, marquons sur le globe un point p (*fig.* 50) représentant le pôle nord, puis, de ce

Fig. 50.



point comme pôle, décrivons le grand cercle qq' qui représente l'équateur. Enfin, traçons aussi un grand cercle pPp' figurant le méridien de Paris et graduons ensuite les cercles qq' et pPp' en degrés par exemple. Si l'on a, au préalable, déterminé les coordonnées géographiques des divers lieux de la Terre, nous pouvons maintenant reporter très facilement ces lieux sur le globe matériel. Ainsi, par exemple, si nous voulons reporter sur le globe un lieu situé par 30° N et 45° E, il est clair qu'il suffit de décrire le parallèle $\alpha\alpha'$ correspondant à une colatitude $p\alpha = 90° - 30° = 60°$ pour avoir un premier lieu géométrique du lieu considéré.

Pour placer ce lieu en longitude il est évident qu'il suffira de compter 45 divisions de o en β et de tracer ensuite le méridien passant par le point β ainsi obtenu : le point A, intersection du méridien $p\beta$ et du parallèle $\alpha\alpha'$, sera la représentation du point considéré.

Tous les points remarquables ayant été ainsi reportés sur le globe,

il est clair que celui-ci permettra de se rendre compte de leurs positions relatives.

Malheureusement, pour qu'un globe ainsi construit donne des détails suffisamment nombreux tout en restant lisible, il faudrait lui donner des dimensions telles que son emploi en deviendrait très incommode. C'est ce qui a conduit à représenter la surface de la Terre sur un plan et à dresser des *cartes* représentant des régions plus ou moins étendues.

Nous étudierons dans le Cours de Navigation le mode de représentation cartographique adopté par les marins, le seul que comporte notre programme; mais, quel que soit le système de construction employé, les régions représentées sur les cartes seront nécessairement déformées puisque l'on sait que la surface d'une sphère ne peut se développer sur un plan sans déchirure ni duplicature.

Mesure précise des dimensions de la Terre.

116. Nous avons vu précédemment (**102**) comment on pouvait obtenir grossièrement la longueur du rayon terrestre. Mais, comme la connaissance exacte de cet élément est indispensable, il est nécessaire de voir comment on est parvenu à en mesurer la longueur avec précision.

117. *Mesure d'un arc du méridien.* — Soient T (*fig.* 51) le centre de la Terre, $pA'Ap'$ un méridien, A et A' deux points de ce méridien et r le rayon inconnu de Terre.

Ayant déterminé, à l'aide du théodolite, les latitudes L et L' des points A et A', on en déduit le nombre de degrés n représentant la mesure de l'arc AA'. On a en effet

$$n = L' - L, \qquad \text{ou} \qquad n = L' + L,$$

selon que les points A et A' sont dans un même hémisphère ou dans des hémisphères différents. Si donc l'on désigne par l la longueur de l'arc AA', on voit que l'on a :

$$l = \frac{\pi n r}{180},$$

et par suite,

$$r = \frac{180 l}{\pi n},$$

de sorte que, pour connaître r, il faut mesurer directement l. Pour

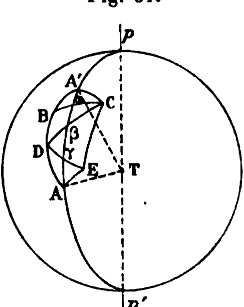
effectuer cette détermination, on choisit de part et d'autre de l'arc AA′ des points B, C, D, E, facilement observables et l'on joint tous ces points deux à deux par des arcs de grands cercles qui, sur le terrain, sembleront être les lignes droites qui joignent ces points.

On forme ainsi un réseau de petits triangles sphériques dont l'ensemble s'appelle une *triangulation*.

On mesure ensuite directement sur le terrain l'un des côtés de la triangulation, le côté A′B par exemple. Ce côté, appelé *base* de la triangulation, est choisi dans une plaine et on le mesure avec les plus grandes précautions, à l'aide d'appareils spéciaux permettant de compter sur une erreur moindre que $\frac{1}{200\,000}$ (1 décimètre par 20 kilomètres).

Ceci fait, on détermine avec le théodolite les angles A′ et B du

Fig. 51.



triangle A′BC et l'on résout ce triangle, ce qui donne la longueur de BC. On mesure ensuite les angles B et C du triangle BCD, ce qui fait connaître CD, et ainsi de suite.

Or, si l'on a déterminé la direction de la méridienne au point A′, on peut mesurer l'angle BA′α. Le triangle BA′α est donc déterminé et, par suite, en le résolvant, on connaît l'angle BαA′ ainsi que les côtés A′α et Bα.

Connaissant Bα et BC, on en déduit αC, de sorte que le triangle αCβ est déterminé et permet de calculer l'angle αβC et αβ, et ainsi de suite.

Finalement, on connaît les longueurs A′α, αβ, βγ, ... des arcs successifs, formant l'arc de méridien AA′ : leur somme donnera donc *l*.

Comme vérification, on mesure une seconde base telle que AE; en comparant le résultat de cette mesure directe avec celui déduit du calcul, on peut apprécier l'exactitude avec laquelle la triangulation a été effectuée.

118. *Remarque.* — Il est important de remarquer que les mesures d'angles effectuées pendant une triangulation n'ont besoin d'aucune correction; la réfraction ne les influence pas, puisque ces angles sont tous des différences d'azimuts.

Quant à la mesure des côtés, elle nécessite une correction particulière ayant pour but de ramener cette mesure à ce qu'elle aurait été si on l'avait effectuée sur la surface sphérique déterminée par la surface des mers prolongée. Cette correction, que nous n'avons pas à expliquer ici, est d'ailleurs très facile à effectuer.

Les seuls éléments erronés sont les latitudes L et L′ des points A et A′, puisque pour la détermination de ces éléments on s'est servi de la formule de réfraction basée sur l'hypothèse des couches planes qui est nécessairement inexacte.

Nous remarquerons cependant qu'un premier calcul, fait avec ces éléments erronés, donnera une valeur approchée du rayon; avec cette valeur on pourra déterminer une formule de correction plus exacte pour les réfractions et obtenir, par suite, une nouvelle valeur du rayon plus précise. Par approximations successives on obtiendra donc le rayon avec une très grande exactitude.

119. *Résultats obtenus.* — La première mesure précise d'un arc de méridien fut faite en 1669, par l'astronome Picard, qui trouva 57060 toises pour longueur de l'arc de 1°, en effectuant sa triangulation dans la plaine de Picardie, entre Paris et Amiens.

En 1736, deux groupes de savants français partirent, l'un pour le Pérou, l'autre pour la Laponie. Le premier groupe trouva 56750 toises pour la longueur de l'arc de 1°, tandis que le second trouva 57422 toises.

Comme ces mesures avaient été faites par des savants et avec un soin extrême, l'exactitude des résultats obtenus ne put être mise en doute. Aussi devint-il nécessaire d'admettre que, contrairement à ce qui avait été dit jusqu'alors, la Terre n'était pas rigoureusement sphérique.

Or, quelques années avant, Newton et Huygens, admettant l'état primitif de fluidité de la Terre, avaient démontré que, sous l'action de la force centrifuge développée par sa rotation, la terre avait dû prendre la forme d'un ellipsoïde de révolution engendré par une ellipse tournant autour de son petit axe.

Les résultats obtenus par Picard, ceux trouvés en Laponie et au Pérou concordent parfaitement avec cette théorie.

Supposons en effet que nous prenions pour plan de la figure un

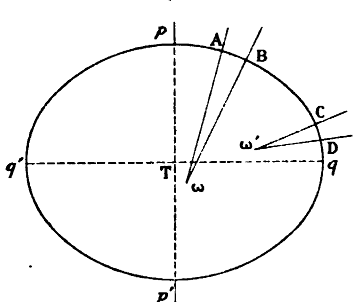
méridien elliptique $pqp'q'$ et soient AB et CD (*fig.* 52) deux arcs de 1° pris, l'un dans le voisinage de l'équateur (Pérou), l'autre dans le voisinage du pôle (Laponie).

On démontre, en géométrie, que la normale en un point d'un ellipsoïde de révolution est tout entière contenue dans l'ellipse méridienne de ce point. Si donc nous menons en A, B, C, D les normales à la surface de la terre, ces normales se rencontreront : les deux premières en ω, les deux autres en ω'.

Or, la figure montre, et l'on prouve d'ailleurs rigoureusement, que les droites Aω et Bω sont plus longues que Cω' et Dω'.

Comme les arcs AB et CD sont très petits, on peut les regarder

Fig. 52.



comme des arcs de circonférences ayant ω et ω' pour centres et ωA et ω'C pour rayons; il en résulte nécessairement que les arcs AB et CD doivent être inégaux et que AB doit être plus grand que CD, ainsi qu'on l'a constaté.

Du reste, des mesures plus récentes effectuées en divers pays et par diverses latitudes ont absolument confirmé l'hypothèse de Newton et Huygens.

Nous admettrons donc désormais que la *forme réelle de la Terre est celle d'un ellipsoïde de révolution* ayant pour caractéristiques, d'après les documents les plus récents (Faye) :

Demi-grand axe Tq'........................	$6378^{km},393$
Demi-petit axe Tp..........................	$6356^{km},549$
Longueur du méridien elliptique $pqp'q'$......	$40008^{km},032$
Longueur de l'équateur.....................	$40076^{km},625$
Surface....................................	510082000^{km^2}
Volume.....................................	1083260^{km^3}

On voit par les nombres qui précèdent que la différence entre le demi-grand axe et le demi-petit axe est de $21^{km},844$ seulement. Le

rapport de cette longueur au demi-grand axe est ce que l'on appelle l'*aplatissement* de la Terre : sa valeur est $\frac{1}{292}$.

120. *Remarque.* — Les méridiens n'étant pas des circonférences, les degrés ont des longueurs inégales : leur valeur moyenne est de 111 133^m,4, et par suite la longueur de la minute de degré, c'est-à-dire le *mille marin*, est de 1852^m,22.

Comme on le voit par les nombres qui précèdent, la Terre diffère très peu d'une sphère. Aussi peut-on, dans la plupart des questions que nous aurons à traiter, la considérer comme sphérique. La longueur du rayon, dans cette hypothèse, est donc égale à $\frac{40000}{2\pi}$, c'est-à-dire à 6366^{km},197.

121. *Longueur du mètre.* — En 1791, la Commission chargée par l'Assemblée Constituante d'établir le système actuel de poids et mesures appelé *système métrique,* décida de choisir pour unité de longueur la dix-millionnième partie du quart du méridien terrestre : cette unité de longueur reçut le nom de *mètre.*

Pour évaluer la longueur du quart du méridien terrestre, Delambre et Méchain mesurèrent un arc de méridien allant de Dunkerque à Barcelone. Cette longueur fut trouvée égale à 5130740 toises, de sorte qu'en désignant par x la longueur du mètre, on posa :

$$5130740 = 10000000\,x.$$

relation d'où il résulte que :

$$x = 0^t,513074.$$

Ce résultat fut adopté par le Corps législatif le 4 messidor, an VII (22 juin 1799) pour longueur du *mètre légal.*

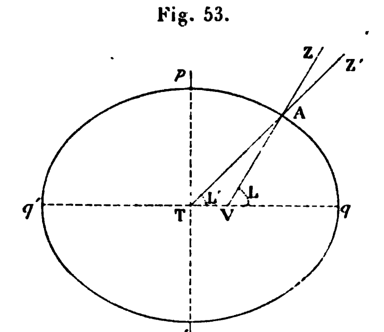
Une règle étalon, en platine, ayant exactement une longueur de 0^t,513074 à 0° centigrade fut alors construite et déposée aux Archives nationales.

Depuis, des mesures plus précises ont montré que cette règle est plus courte que la dix millionnième partie du quart du méridien terrestre d'environ deux dixièmes de millimètre; on l'a néanmoins conservée comme unité de longueur, de sorte que, si l'on veut donner une définition exacte du mètre, il faut dire : *le mètre légal est la longueur d'une règle de platine déposée aux Archives nationales et adoptée comme unité de mesure par le Corps Législatif, l 4 messidor, an VII.*

122. *Latitude géocentrique.* — On appelle latitude géocentrique d'un lieu A (*fig.* 53), l'angle que le rayon TA forme avec l'équateur.

Or, la terre étant un ellipsoïde de révolution, il en résulte que la latitude géocentrique diffère de la latitude géographique qui est l'angle AVq que la verticale ZAV forme avec l'équateur. Il est

Fig. 53.



d'ailleurs facile de passer de la latitude géographique à la latitude géocentrique. On voit en effet sur la figure que

$$AVq = ATV + TAV,$$

c'est-à-dire, en désignant par L la latitude géographique, par L' la latitude géocentrique et par v l'angle TAL ou son égal ZAZ' :

$$L = L' + v.$$

Il en résulte que :

$$L' = L - v.$$

L'angle v, qui porte en astronomie le nom d'*angle à la verticale*, a été calculé à l'aide de formules que nous ne pouvons établir dans ce cours, et sa valeur, en fonction de L, a été mise en Tables par M. Friocourt (T. XX).

III. — L'ATMOSPHÈRE. PHÉNOMÈNES QUI EN DÉPENDENT.

123. L'atmosphère est, comme nous l'avons déjà dit, la couche d'air qui entoure la terre.

L'atmosphère est indispensable à la vie de l'homme et des animaux tels qu'ils sont organisés. Si l'atmosphère n'existait pas, la chaleur des rayons solaires serait dispersée de toutes parts et la terre serait extrême-

ment froide : au sommet des montagnes, en effet, la couche d'air ayant une épaisseur moindre qu'au-dessus des plaines, la dispersion de la chaleur est plus grande. C'est ce qui explique pourquoi les hautes montagnes sont toujours couvertes de neige.

L'existence de températures de plus en plus basses à mesure que l'on s'élève est encore mise en évidence par les *ballons-sondes*. On appelle ainsi de petits ballons gonflés d'hydrogène ou de gaz d'éclairage, qu'on lâche dans l'atmosphère après les avoir munis de divers instruments de physique et en particulier de baromètres et de thermomètres enregistreurs. Certains de ces ballons se sont élevés à plus de 10000 mètres et ont trouvé à ces hauteurs des températures de — 60°.

C'est grâce à l'atmosphère que nous pouvons distinguer les objets qui nous entourent : les molécules d'air réfléchissent en effet la lumière en tous sens, et c'est grâce à cette lumière réfléchie que nous apercevons les objets qui ne sont pas directement exposés aux rayons solaires. Sans cette réflexion, ces objets resteraient plongés dans l'obscurité la plus complète.

La présence de l'atmosphère permet également d'expliquer divers phénomènes qui nous sont familiers : la chaleur du soleil est plus grande au milieu de la journée que le matin et le soir; les rayons solaires arrivant plus normalement en effet sur la surface terrestre au milieu du jour, ont un trajet moins long dans l'atmosphère et perdent par suite une moins grande quantité de chaleur avant d'arriver au sol. Le matin et le soir au contraire, ces rayons arrivant très obliquement, ont un très long trajet dans l'atmosphère et, par suite, y perdent une notable partie de leur chaleur.

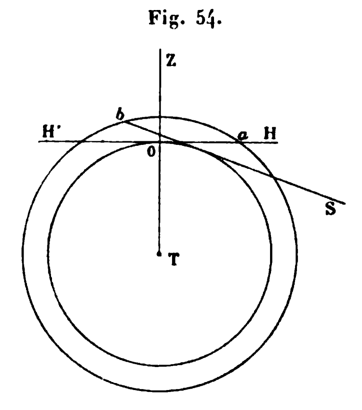
C'est pour une raison identique que le Soleil paraît bien moins éblouissant à l'horizon qu'au zénith : l'air n'ayant pas une transparence parfaite il est clair, en effet, que les rayons lumineux qui arrivent obliquement perdent une plus grande partie de leur éclat que ceux qui arrivent normalement.

Enfin c'est à l'atmosphère que l'on doit les phénomènes connus sous les noms d'*aurore* et de *crépuscule :* quand le Soleil est en effet un peu au-dessous de l'horizon HH' d'un lieu O (*fig.* 54), en S par exemple, ses rayons éclairent la partie supérieure *ab* de l'atmosphère et les molécules d'air réfléchissant en tous sens la lumière qui les frappe, répandent sur le lieu O une certaine clarté dont l'intensité va en diminuant à mesure que le soleil s'abaisse davantage au-dessous de l'horizon.

C'est cette clarté qui a reçu le nom d'*aurore* le matin, de *crépuscule* ou de *brune* le soir.

Il est clair que l'instant où le lieu O sera plongé dans l'obscurité

Fig. 54.

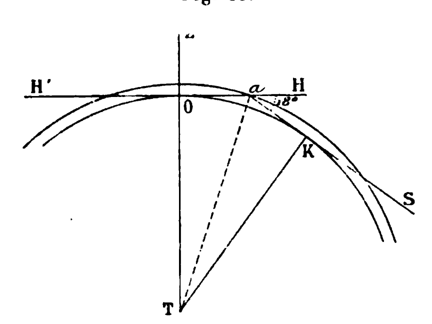


complète dépend de l'abaissement du Soleil au-dessous de l'horizon et aussi de l'élévation de l'atmosphère.

On admet que, lorsque l'air est bien pur, la lueur crépusculaire cesse lorsque le soleil est abaissé de 18° au-dessous de l'horizon.

124. *Calcul de l'épaisseur de l'atmosphère.* — Si l'on admet que la lueur crépusculaire cesse lorsque le Soleil est abaissé de 18°

Fig. 55.



au-dessous de l'horizon, il en résulte que, lorsque cet astre se trouve sur la tangente aKS passant par le point extrême commun à l'horizon et à l'atmosphère, l'angle SaH est égal à 18° (*fig.* 55). Traçons le rayon TK et la droite Ta. Les deux angles SaH et KTO ayant leurs côtés perpendiculaires sont égaux et par suite OTK est égal à 18°, de

sorte que OTa est égal à 9°. Or, si l'on désigne par r le rayon terrestre et par h la hauteur de l'atmosphère, le triangle rectangle OTa donne

$$OT = Ta\cos 9^\circ,$$

c'est-à-dire

$$r = (r + h)\cos 9^\circ.$$

On en déduit

$$h = \frac{r(1 - \cos 9^\circ)}{\cos 9^\circ},$$

et comme

$$r = 6366^{km} \quad \text{et} \quad \cos 9^\circ = 0,9877$$

on obtient

$$h = \frac{6366 \times 0,0123}{0,9877} = 79^{km},2$$

c'est-à-dire 80^{km} en chiffres ronds, comme nous l'avions dit précédemment.

125. *Constitution de l'atmosphère.* — L'air étant un fluide pesant, compressible et élastique, il en résulte que les couches inférieures de l'atmosphère, pressées par les couches supérieures, doivent avoir une densité plus forte que celles qui sont au-dessous. On est ainsi amené à considérer l'atmosphère comme composée de couches parallèles très minces et superposées par ordre de densité décroissante à mesure que l'on s'éloigne du sol.

Comme nous savons que la Terre est sensiblement sphérique, nous devons en conclure que l'atmosphère est formée de couches sphériques ayant toutes leurs centres au centre de la Terre.

Il est donc indispensable d'étudier à nouveau les effets produits par ces couches d'air sur les rayons lumineux qui les traversent.

126. *Réfraction astronomique.* — Nous avons appelé réfraction astronomique, la déviation subie par un rayon lumineux qui traverse toute l'atmosphère. Il est aisé de voir que la réfraction astronomique a pour effet d'augmenter les hauteurs ou de diminuer les distances zénithales, sans altérer les azimuts, absolument comme dans l'hypothèse des couches planes.

Soient en effet (*fig.* 56) T le centre de la Terre supposée sphérique, O l'observateur, OZ sa verticale et $AbcdO$ le rayon lumineux qui, parti d'un astre, aboutit dans la lunette du théodolite placé en O.

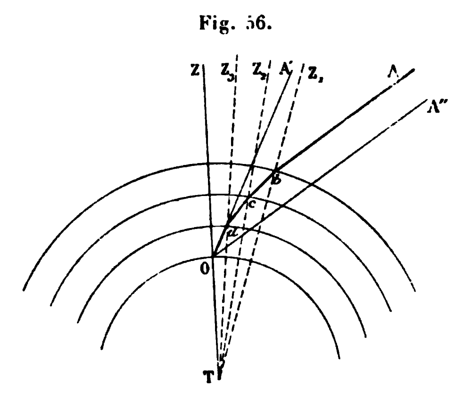
Ce rayon, en pénétrant dans l'atmosphère au point b, subit une réfraction et, comme il pénètre d'un milieu moins dense dans un

milieu plus dense, il se rapproche de la normale TbZ_1, tout en restant dans le plan AbT.

De même, le rayon bc venant rencontrer en c la couche d'air suivante se réfracte de nouveau et, comme il pénètre d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense, il se rapproche de la normale TcZ_2 tout en restant dans le plan bcT qui est d'ailleurs confondu avec le plan AbT, puisque tous deux contiennent les droites Tb et Tc.

En continuant le même raisonnement on voit que le rayon lumineux qui arrive à l'œil de l'observateur reste constamment dans le vertical ZTA et y suit le trajet représenté par la ligne brisée $AbcdO$, de

Fig. 56.



sorte que l'observateur placé en O voit l'astre A en A′, plus près du zénith qu'il ne l'est en réalité.

Comme les couches d'air successives sont supposées infiniment minces, la ligne polygonale $AbcdO$ est en réalité une courbe plane dont la convexité est tournée vers le zénith et l'on peut dire alors que l'observateur voit l'astre A dans la direction de la tangente OA′ à cette courbe au point O.

L'épaisseur de l'atmosphère étant négligeable vis-à-vis de la distance à laquelle se trouve l'astre, si par le point O nous menons OA″ parallèle à bA, nous aurons la direction dans laquelle l'observateur verrait l'astre observé si l'atmosphère n'existait pas : la déviation subie par le rayon lumineux est donc l'angle A′OA″.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire que la réfraction astronomique, dans l'hypothèse des couches sphériques comme dans l'hypothèse des couches planes, n'altère pas les azimuts : elle a simplement pour effet de faire paraître les astres plus voisins du zénith qu'il ne le sont réellement.

En désignant par R l'angle A'OA'', par N_a la *distance zénithale apparente* ZOA' et par N la *distance zénithale* exacte ZOA'', on voit que l'on a :

$$N = N_a + R.$$

127. *Calcul de la réfraction astronomique.* — Le calcul de l'angle R nécessite l'emploi du calcul infinitésimal : nous ne pouvons donc l'expliquer ici.

Laplace, qui a le mieux étudié la question, a démontré que pour une température de 0° et une pression atmosphérique de 760^{mm} la valeur de la réfraction est donnée par la formule

$$R = 60'',567 \operatorname{tang} N_a - 0'',067 \operatorname{tang}^3 N_a,$$

tant que la distance zénithale apparente N_a reste moindre que 75° et par une formule beaucoup plus compliquée pour les distances zénithales comprises entre 75° et 90°.

M. Caillet, examinateur des Écoles d'Hydrographie, a calculé à l'aide des formules de Laplace les réfractions correspondantes à l'état moyen de l'atmosphère, c'est-à-dire à la température de + 10° centigrades et à la pression barométrique de 760^{mm}. Ces réfractions, appelées *réfractions moyennes,* sont données par la Table I de la *Connaissance des Temps* en fonction de la hauteur apparente H_a.

On démontre d'ailleurs que si R désigne la réfraction correspondant à la même hauteur H_a, mais à une température et à une pression différentes de + 10° et de 760^{mm}, on a la relation

$$R = R_m . f . f',$$

f et f' étant des facteurs numériques donnés par la Table II de la *Connaissance des Temps* et dépendant l'un de la température, l'autre de la pression barométrique.

128. *Remarque.* — Près de l'horizon les réfractions sont très irrégulières, puisque les rayons lumineux y traversent des couches d'air chargées de vapeur d'eau et, de plus, inégalement échauffées par le sol. C'est pourquoi les astronomes évitent d'observer les astres trop voisins de l'horizon : ce n'est guère qu'à partir d'une hauteur de 5 ou 6 degrés que les réfractions deviennent régulières et conformes aux résultats donnés par les tables de réfraction.

Habituellement même on n'observe les astres que lorsqu'ils sont élevés d'au moins 15° au-dessus de l'horizon.

129. *Remarque II.* — Si l'on compare les résultats fournis par les Tables à ceux donnés par la formule du n° 77, on trouve que ces résultats diffèrent de 1″ pour $H_a = 20°$ et de 11″ pour $H_a = 10°$.

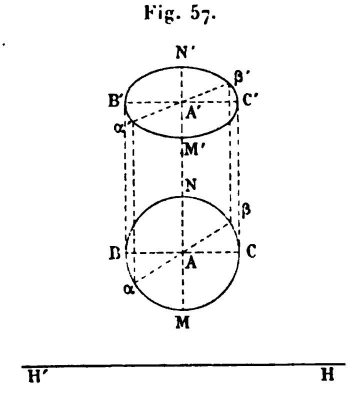
C'est ce qui explique pourquoi l'étude du mouvement diurne, faite en tenant compte des réfractions exactes, conduit aux mêmes résultats qu'en employant la formule approchée déduite de l'hypothèse des couches planes.

130. *Effet de la réfraction sur le disque apparent des astres.* — Si l'on examine le Soleil, la Lune ou les planètes au moment de leur lever ou de leur coucher, on remarque que le disque de ces astres paraît aplati. Il est aisé de voir que c'est la réfraction astronomique qui produit cette apparence.

Soit en effet A (*fig.* 57) la position exacte du centre du Soleil, par exemple, lorsqu'il est dans le voisinage de l'horizon HH′.

Menons le diamètre horizontal BC: tous les points de ce diamètre

Fig. 57.



étant à la même hauteur au-dessus de HH′ sont également réfractés et se trouvent, par suite, sur la droite B′C′. Ceci posé, si nous considérons un point α du bord inférieur du disque, ce point sera relevé en α′ par la réfraction; mais comme le point α est plus voisin de l'horizon que le point A, αα′ sera plus grand que AA′ de sorte que la partie inférieure BMC du disque paraîtra relevée et aplatie en B′M′C′. On verrait de même que le bord supérieur BNC du disque est relevé en B′N′C′ et aplati.

Pour le Soleil et la Lune l'aplatissement du disque est très sensible et visible à l'œil nu lorsque ces astres sont dans le voisinage de l'horizon.

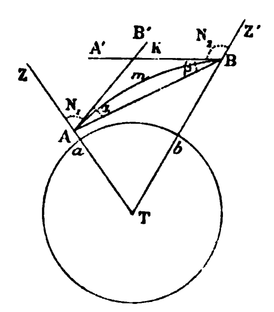
131. *Réfraction terrestre.* — On appelle *réfraction terrestre* la déviation subie par un rayon lumineux qui émane d'un point situé dans l'atmosphère et aboutit à un autre point situé également dans l'atmosphère.

Soient A et B deux points situés dans l'atmosphère : en raisonnant comme pour la réfraction astronomique, on verrait que le rayon lumineux qui va de B en A décrit une courbe A*m*B située entièrement dans le plan ZTZ'.

Il en résulte qu'un observateur placé en A voit le point B relevé en B', tandis que l'observateur placé en B aperçoit le point A en A'.

On démontre que les deux angles A'BA et B'AB sont égaux : c'est

Fig. 58.



leur valeur commune que l'on appelle la *réfraction terrestre* et que l'on désigne habituellement par r.

Des calculs assez compliqués montrent que, si l'on désigne par γ un coefficient numérique appelé *coefficient de réfraction terrestre* et par T l'angle au centre ZOZ', on a

$$r = \gamma T.$$

Le coefficient γ varie avec la température, la pression barométrique et surtout l'état hygrométrique de l'air. De nombreuses expériences ont prouvé que sa valeur varie entre 0,05 et 0,15. Sa valeur moyenne est 0,08.

132. *Détermination du coefficient de réfraction terrestre.* — Imaginons que les observateurs A et B (*fig.* 58) mesurent au même instant les distances zénithales $ZAB' = N_1$ et $Z'BA' = N_2$.

Le quadrilatère AKBT donne

$$ATB + TAK + AKB + KBT = 360^\circ,$$

et comme

$$ATB = T;\quad TAK = 180 - N_1;\quad AKB = A'KB' = 180 - (\alpha + \beta) = 180 - 2\gamma T;$$
$$KBT = 180 - N_2;$$

on en déduit

$$\gamma = \frac{180 + T - (N_1 + N_2)}{2T},$$

formule qui donne le coefficient γ correspondant aux circonstances atmosphériques de l'observation.

CHAPITRE III.

SPHÈRE CÉLESTE RATIONNELLE.

133. Jusqu'ici, en nous basant sur les apparences, nous avons regardé la sphère céleste et la sphère étoilée comme ayant pour centre commun l'œil de l'observateur.

Nous avons d'ailleurs reconnu que l'axe de rotation de la sphère étoilée paraissait toujours passer par un même point du Ciel et par l'œil de l'observateur, quel que soit le lieu où il se trouve.

Or, il est évident que les étoiles ne peuvent pas tourner simultanément autour d'axes différents et par suite, comme nous avons reconnu que les apparences du mouvement diurne sont dues à la rotation de la Terre autour d'un axe passant par son centre, il nous faut admettre que la sphère idéale sur laquelle se projettent les astres et la sphère étoilée qui leur sert de support ont aussi pour centre le centre de la Terre.

Ce sont ces deux sphères qui ont reçu, l'une le nom de *sphère céleste rationnelle,* l'autre celui de *sphère étoilée rationnelle.*

Ainsi donc : on appelle *sphère céleste rationnelle* une sphère idéale *fixe,* de rayon immense mais arbitraire, ayant pour centre le centre de la Terre et sur la surface intérieure de laquelle se projettent tous les astres.

On appelle *sphère étoilée rationnelle* une sphère transparente idéale sur la surface de laquelle les étoiles sont supposées fixées et qui sert de support aux autres astres. Cette sphère a pour centre le centre de la Terre, pour rayon celui de la sphère rationnelle et elle tourne sur elle-même, à l'intérieur de cette dernière, autour d'un axe qui coïncide avec l'axe de rotation de la Terre.

Le mouvement de rotation de la sphère étoilée est uniforme et s'effectue en 24 heures sidérales.

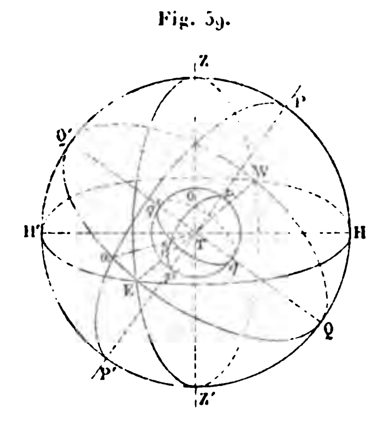
I. — DÉFINITIONS. SYSTÈMES DE COORDONNÉES. RELATIONS HORAIRES.

Définitions.

134. *Axe et pôles du monde.* — L'axe de rotation de la Terre, prolongé jusqu'à sa rencontre avec la sphère céleste, porte le nom d'*axe du monde* ou *ligne des pôles:* c'est autour de cet axe idéal que semble s'effectuer la rotation de la sphère étoilée.

Les deux points P et P′ (*fig.* 59) où l'axe du monde rencontre la

Fig. 59.



sphère céleste s'appellent les *pôles célestes.* Chaque pôle prend le nom du pôle terrestre correspondant.

135. *Équateur céleste.* — Le plan de l'équateur terrestre prolongé coupe la sphère céleste suivant un grand cercle QQ′ qui est appelé l'*équateur céleste.*

L'équateur céleste partage la sphère céleste en deux hémisphères qui reçoivent les noms des hémisphères terrestres correspondants.

136. *Zénith. Nadir. Verticaux.* — Comme nous l'avons déjà vu, le *zénith* d'un lieu O est le point Z où la verticale TO de ce lieu rencontre la sphère céleste au-dessus de la tête de l'observateur.

Le point Z′, diamétralement opposé, est le *nadir.*

Tout grand cercle passant par la verticale ZOZ′ du lieu O est un *vertical*.

137. *Méridiens célestes.* — Tout grand cercle passant par la ligne des pôles PP′ s'appelle un *méridien céleste*.

Le méridien céleste d'un lieu O est donc le grand cercle PZP′Z′ passant par la ligne PP′ et le zénith Z de ce lieu : ce méridien est en même temps un vertical.

Le demi-méridien PZQ′P′ qui contient le zénith est le *méridien supérieur;* l'autre demi-méridien PQZ′P′ sur lequel se trouve le nadir est le *méridien inférieur*.

Le plan du méridien PZP′ étant confondu avec le plan du méridien terrestre pOp', il en résulte que *le méridien d'un lieu n'est autre chose que le plan des culminations.*

138. *Pôle élevé. Pôle abaissé.* — On appelle *pôle élevé* le pôle P qui est le plus voisin du zénith. Le pôle opposé P′ est le *pôle abaissé*.

139. *Parallèles célestes.* — On donne le nom de *parallèle céleste* à tout petit cercle de la sphère céleste parallèle à l'équateur.

140. *Horizon vrai, rationnel ou astronomique.* — On appelle ainsi le plan HEH′W perpendiculaire à la verticale TOZ du lieu où se trouve l'observateur et passant par le centre de la Terre. Ce plan coupe la sphère céleste suivant un grand cercle qui est ainsi appelé l'*horizon vrai* du lieu O.

141. *Points cardinaux.* — Le plan méridien du lieu O coupe l'horizon rationnel suivant une ligne HH′ qui est la *vraie ligne Nord-Sud.* L'intersection EW de l'horizon vrai avec l'équateur céleste est la *vraie ligne Est-Ouest.*

Les quatre points H, H′, E, W déterminés par ces deux lignes sont les quatre *points cardinaux.*

Il est bon de remarquer que les lignes HH′ et EW sont parallèles aux lignes Nord-Sud et Est-Ouest que l'on pourrait tracer dans le plan d'horizon apparent du lieu O.

142. *Premier vertical.* — On appelle *premier vertical*, le vertical ZEZ′W qui passe par la ligne Est-Ouest.

Le méridien du lieu est perpendiculaire sur le premier vertical, puisque l'angle plan H'TE du dièdre formé par ces deux cercles est droit.

143. *Almicantarat.* — On appelle ainsi tout petit cercle parallèle à l'horizon.

144. *Latitude. Colatitude.* — La *latitude* et la *colatitude* du lieu O sont mesurées indifféremment par les arcs $q'o$ et op sur la Terre ou par les arcs Q'Z et ZP sur la sphère céleste.

La *latitude* d'un lieu O est donc l'arc Q'Z du méridien céleste de ce lieu compris entre le zénith et l'équateur.

La *colatitude* d'un lieu O est l'arc de méridien ZP compris entre le pôle élevé et le zénith.

145. *Longitude.* — $p\beta p'$ étant le méridien de Paris et $P\alpha P'$ le méridien céleste correspondant, on voit que la longitude du lieu O est mesurée indifféremment par l'arc $\beta q'$ d'équateur terrestre et par l'arc $\alpha Q'$ d'équateur céleste.

La *longitude* d'un lieu est donc l'arc d'équateur céleste compris entre le méridien de Paris et le méridien du lieu.

Dans le cas de la figure, la longitude du lieu O est une longitude Ouest.

Systèmes de coordonnées.

146. — Les astronomes emploient divers systèmes de coordonnées pour déterminer la position des astres dans le Ciel: les *coordonnées horizontales,* les *coordonnées horaires* et les *coordonnées équatoriales.*

Coordonnées horizontales.

147. Les coordonnées horizontales d'un astre ont pour but de préciser la position de cet astre sur la sphère rationnelle, lorsque l'on prend pour repères l'horizon vrai et le méridien d'un lieu déterminé.

Ces coordonnées sont la *hauteur* et l'*azimut* ou la *distance zénithale* et l'*amplitude.*

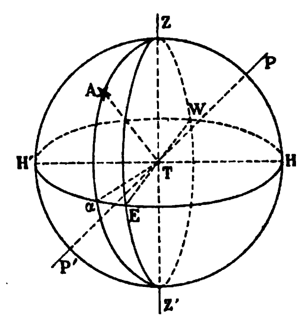
148. *Hauteur.* — On appelle *hauteur* d'un astre A (*fig.* 60)

l'angle αTA formé par le rayon de la sphère céleste qui aboutit à l'astre et sa projection Tα sur le plan d'horizon vrai.

Cet angle est mesuré par l'arc αA du vertical ZAZ' compris entre l'horizon et l'astre; on le compte de 0° à 90° à partir de l'horizon et l'on convient de le regarder comme positif ou négatif selon que l'astre A est au-dessus ou au-dessous de l'horizon.

La hauteur d'un astre, telle que nous venons de la définir, s'appelle

Fig. 60.



souvent la *hauteur vraie* pour la distinguer de la hauteur apparente qui est rapportée à l'horizon apparent. On la désigne habituellement par H_v.

149. *Azimut.* — On appelle *azimut vrai* d'un astre A, et l'on désigne par Z_v l'angle PZA formé au zénith par la partie du méridien supérieur qui contient le pôle élevé et le vertical ZAα de l'astre.

Cet angle, qui est mesuré par l'arc d'horizon Hα, compris entre le point cardinal de même nom que le pôle élevé et le pied α du vertical de l'astre, se compte de 0° à 180° vers l'Est ou l'Ouest.

150. *Distance zénithale. Amplitude.* — Souvent, au lieu de déterminer la position d'un astre au moyen de la hauteur et de l'azimut, on se sert de la distance zénithale et de l'amplitude.

La *distance zénithale vraie* de l'astre A est l'angle ZTA formé par la verticale TZ du lieu et le rayon de la sphère céleste qui aboutit à l'astre. Cet angle, que l'on désigne habituellement par N, est le complément de la hauteur : il est mesuré par l'arc de vertical ZA compris entre le zénith et l'astre.

L'*amplitude vraie* de l'astre A est l'angle aigu EZA formé au zénith par le premier vertical ZEZ' et par le vertical ZAα de l'astre :

cet angle, que l'on désigne habituellement par A_v, est mesuré par l'arc d'horizon $E\alpha$, moindre que 90°, compris entre le point Est ou le point Ouest et le pied du vertical de l'astre.

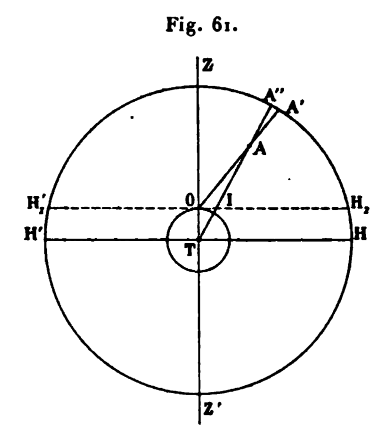
151. *Remarque*. — L'observateur étant placé à la surface de la Terre et non à son centre, il est indispensable de pouvoir déterminer les coordonnées horizontales d'un astre sur la sphère rationnelle, en utilisant les observations faites à la surface de la Terre.

Nous remarquerons d'abord que, si l'on installe un théodolite de telle sorte que son axe vertical soit dirigé suivant TZ, son limbe horizontal sera parallèle au plan de l'horizon vrai HH' (*fig*. 60). Si donc on note les positions occupées par l'index horizontal quand le limbe vertical est dirigé suivant le plan méridien du lieu, puis suivant le vertical de l'astre A, il est clair que l'arc compris entre les deux divisions du limbe horizontal est la mesure de l'azimut de A.

Mais les choses ne se passent pas aussi simplement pour les distances zénithales et les hauteurs.

Prenons en effet, pour plan de la figure 61, celui du vertical de

Fig. 61.



l'astre et soient T le centre de la Terre, O l'observateur, TOZ sa verticale, HH' et H_1H_1' les traces des plans d'horizon vrai et apparent sur le plan de la figure.

L'astre observé étant à une distance inconnue, peut se trouver quelque part en A, de sorte que, suivant que l'observateur se trouve en O ou en T, il voit l'astre se projeter en A' ou A'' sur la sphère céleste.

La hauteur vraie étant représentée indifféremment par l'angle A''TH

ou son égal AIH_1, la figure nous montre que

$$H_v = AIH_1 = AOH_1 + OAT,$$

ce qui peut s'écrire, en représentant par H_c la hauteur corrigée de la réfraction et rapportée à l'horizon apparent du lieu O,

$$H_v = H_c + OAT.$$

D'ailleurs si H_a représente la *hauteur apparente* mesurée à l'aide du théodolite et R la réfraction astronomique correspondante, on sait que

$$H_c = H_a - R,$$

de sorte que l'on a finalement

$$H_v = H_a - R + OAT.$$

Cette relation nous montre que, pour obtenir la hauteur vraie d'un astre A, il faut retrancher la réfraction de l'angle fourni par le théodolite, puis ajouter à cette différence la valeur de l'angle OAT sous lequel un observateur, placé en A, verrait le rayon terrestre TO.

Cet angle, qui s'appelle la *parallaxe en hauteur* de l'astre A et se désigne par p, se détermine par des procédés que nous indiquerons plus loin. Nous le considérerons désormais comme connu, de sorte qu'il sera toujours aisé, maintenant, de calculer la hauteur vraie d'un astre connaissant sa hauteur apparente.

152. *Variabilité des coordonnées horizontales.* — Nous avons vu que, par suite du mouvement diurne apparent, les astres semblent se mouvoir de l'est vers l'ouest sur la sphère céleste. Il résulte de cette rotation que les coordonnées horizontales d'un astre varient constamment. De plus, ces coordonnées ne sont pas les mêmes, au même instant, pour tous les observateurs, la position du plan HH′ par rapport à la ligne des pôles, c'est-à-dire dans l'espace, variant avec la position de l'observateur sur le globe.

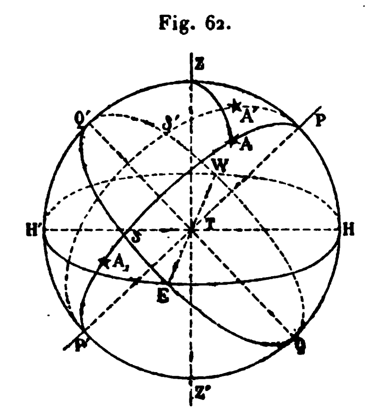
Coordonnées horaires.

153. Les coordonnées horaires d'un astre ont pour but de préciser sa position sur la sphère rationnelle, lorsque l'on prend pour repères le méridien supérieur de l'observateur et l'équateur céleste.

Les coordonnées horaires d'un astre sont : la ***déclinaison*** et l'***angle au pôle*** ou la ***déclinaison*** et l'***angle horaire astronomique***.

154. *Déclinaison.* — La ***déclinaison*** d'un astre A (*fig.* 62) est l'arc δA du méridien céleste compris entre l'équateur et cet astre. La

Fig. 62.



déclinaison se compte de 0° à 90° vers le nord ou vers le sud et prend le nom de l'hémisphère dans lequel l'astre est situé.

Le méridien céleste qui passe par l'astre A s'appelle souvent le ***cercle de déclinaison*** de cet astre.

155. *Distance polaire.* — Souvent, au lieu de la déclinaison d'un astre, on considère sa *distance polaire*. On nomme ainsi l'arc de méridien compris entre le pôle élevé et l'astre.

La distance polaire se compte de 0° à 180° à partir du pôle élevé.

Il résulte de cette définition que si l'astre et l'observateur sont dans le même hémisphère (latitude et déclinaison de même nom) la distance polaire est le complément de la déclinaison.

On voit en effet sur la figure que, pour l'astre A, on a

$$PA = P\delta - \delta A,$$

c'est-à-dire, en désignant, suivant l'usage, la déclinaison par D et la distance polaire par Δ

$$\Delta = 90° - D.$$

Si l'astre A et l'observateur sont dans des hémisphères différents (latitude et déclinaison de noms contraires), la figure montre que l'on a

$$PA_1 = P\delta + \delta A_1,$$

c'est-à-dire

$$\Delta = 90° + D.$$

156. *Angle au pôle.* — On appelle *angle au pôle* d'un astre et l'on représente par P l'angle, moindre que 12 heures, formé par le méridien supérieur du lieu et le cercle de déclinaison de l'astre. Cet angle se compte, sur l'équateur, de 0^h à 12^h à partir du méridien supérieur, vers l'est ou vers l'ouest selon le cas.

157. *Angle horaire astronomique.* — On appelle *angle horaire astronomique, temps* ou *heure* d'un astre A et l'on désigne par Tag, l'angle ZPA formé par le méridien supérieur PZ du lieu et le méridien PA de l'astre.

Cet angle se compte de 0^h à 24^h sur l'équateur, dans le sens du mouvement diurne apparent et à partir du méridien supérieur; il est mesuré par l'arc d'équateur Q'WQδ compris entre le méridien supérieur et le pied du cercle de déclinaison de l'astre.

C'est donc aussi l'angle engendré par le cercle de déclinaison de l'astre depuis son passage au méridien supérieur.

Il résulte de ce que nous venons de dire que *si un astre* A' *est situé dans l'ouest,* Tag *est plus petit que* 12^h; que *si un astre* A *est situé dans l'est,* Tag *est plus grand que* 12^h *et réciproquement.*

158. *Remarque.* — Si l'astre observé est le Soleil, on désigne son angle horaire astronomique par Tvg; si l'astre est la Lune, son angle horaire se désigne par T☾g.

Si la position de l'astre est rapportée au méridien de Paris, son angle horaire se représente par Tap, Tvp ou T☾p, suivant qu'il s'agit d'un astre quelconque, du Soleil ou de la Lune.

On donne souvent le nom de *plan horaire* au plan du cercle de déclinaison d'un astre.

159. *Relation entre l'angle au pôle et l'angle horaire astronomique d'un même astre.* — Il résulte immédiatement des définitions qui précèdent que *si un astre* A' *est situé dans l'ouest on a*

$$P = Tag,$$

tandis que *si un astre* A *est dans l'est on a*

$$P = 24^h - Tag, \qquad \text{ou} \qquad Tag = 24^h - P.$$

Ainsi, par exemple, si les arcs $Q'\delta'$ et $Q'\delta$ d'équateur sont égaux à 4^h, on a :

$$P = \text{Tag} = 4^h,$$

pour l'astre A' et

$$\text{Tag} = Q'WQE\delta = 20^h = 24^h - 4^h = 24^h - P,$$

pour l'astre A.

160. *Détermination des coordonnées horaires d'un astre.* — La détermination des coordonnées horaires d'un astre peut se faire très simplement à l'aide du théodolite.

Considérons en effet le triangle PZA (*fig.* 62) formé par le pôle élevé, le zénith et l'astre. La latitude de l'observateur étant connue et le théodolite ayant fait connaître l'azimut $PZA = Z$ ainsi que la distance zénithale $ZA = N$, le triangle PZA est déterminé et par suite la relation

$$\cos AP = \cos ZA \cos ZP + \sin ZA \sin ZP \cos Z,$$

c'est-à-dire

$$\cos \Delta = \cos N \sin L + \sin N \cos L \cos Z,$$

permet de calculer Δ. Connaissant Δ, on en déduira

$$D = 90^\circ - \Delta \quad \text{ou} \quad D = \Delta - 90^\circ,$$

selon que l'observateur et l'astre sont dans le même hémisphère ou dans deux hémisphères différents.

Les quatre éléments N, Z, $90^\circ - L$ et P étant consécutifs, le même triangle donne

$$\cos ZP \cos Z = \cot ZA \sin ZP - \cot P \sin Z,$$

c'est-à-dire

$$\sin L \cos Z = \cot N \cos L - \cot P \sin Z.$$

On en tire

$$\text{tang}\, P = \frac{\sin Z}{\cot N \cos L - \sin L \cos Z},$$

relation qui permet de calculer P. P étant connu, on en déduit

$$\text{Tag} = P, \quad \text{ou} \quad \text{Tag} = 24^h - P,$$

selon que Tag est plus petit ou plus grand que 12 heures.

161. *Angle horaire civil.* — On détermine parfois la position

d'un astre sur la sphère céleste rationnelle à l'aide de sa déclinaison et de son angle horaire civil.

L'*angle horaire civil* d'un astre est l'angle formé au pôle par le méridien supérieur et le cercle de déclinaison de l'astre, si celui-ci est dans l'ouest, ou par le méridien inférieur et le cercle de déclinaison, si l'astre est dans l'est.

Cet angle, qui se désigne habituellement par Tcg, se compte sur l'équateur, de 0^h à 12^h, dans le sens du mouvement diurne à partir du méridien supérieur ou inférieur suivant que l'astre se trouve dans l'ouest ou dans l'est.

L'angle horaire civil se déduit très simplement de l'angle horaire astronomique. On voit en effet sur la figure que pour l'astre A, situé dans l'est, on a

$$\text{Tcg} = Q\delta = \text{Tag} - 12^h,$$

tandis que, pour l'astre A′ situé dans l'ouest, on a

$$\text{Tcg} = Q'\delta' = \text{Tag}.$$

L'angle horaire civil est rarement utilisé, sauf quand il s'agit du Soleil.

Coordonnées équatoriales.

162. Les coordonnées équatoriales d'un astre ont pour but de

Fig. 63.

préciser sa position sur la sphère étoilée, lorsque l'on prend pour repères l'axe du monde et le plan d'équateur céleste.

Soient donc T (*fig.* 63) le centre de la Terre, PP′ l'axe du monde,

Z le zénith, QQ′ l'équateur et A la projection, sur la sphère céleste, d'un astre placé en A_1, sur la sphère étoilée.

La sphère étoilée étant située à l'intérieur de la sphère céleste, la verticale OZ et l'axe du monde PP′ rencontrent sa surface aux points Z_1 et P_1 ; de plus, le cercle de déclinaison de l'astre et le plan d'équateur coupent la sphère étoilée suivant des grands cercles $P_1 A_1 P'_1$ et $Q_1 Q'_1$ auxquels nous donnerons les noms des grands cercles correspondants de la sphère rationnelle.

Il est clair maintenant que, pour déterminer la position de l'astre A, sur la sphère étoilée, il suffit de connaître l'arc de méridien $\delta_1 A_1$ compris entre l'équateur et l'astre et l'arc d'équateur $\gamma\delta_1$ compris entre un point fixe γ situé sur l'équateur de la sphère étoilée et le pied du méridien de l'astre.

Ces deux arcs sont les *coordonnées équatoriales* de l'astre A_1 ou A et se nomment l'un *la déclinaison,* l'autre *l'ascension droite de l'astre considéré.*

163. *Déclinaison. Distance polaire.* — Il résulte de ce que nous venons de voir que la *déclinaison* d'un astre A_1 est l'arc de méridien $\delta_1 A_1$ compris entre l'équateur et l'astre. Cet arc, qui a même mesure que l'arc δA, se compte comme lui (**154**).

La déclinaison est donc un élément commun aux coordonnées horaires et aux coordonnées équatoriales.

Il en est de même de la *distance polaire* $P_1 A_1$ qui a même mesure que PA et se compte exactement de même (**155**).

164. *Ascension droite.* — L'*ascension droite* d'un astre A_1 ou A est l'arc $\gamma\delta_1$ d'équateur compris entre un point conventionnel fixe γ, situé sur l'équateur de la sphère étoilée, et le pied δ_1 du plan horaire de l'astre.

L'ascension droite d'un astre se désigne habituellement par Æ_a, $\text{Æ}_\odot$ ou $\text{Æ}_☾$, selon qu'il s'agit d'un astre quelconque, du Soleil ou de la Lune, et se compte de 0^h à 24^h dans le *sens direct,* c'est-à-dire en sens inverse du mouvement diurne apparent.

165. *Remarque.* — Le choix du *point* γ, origine des ascensions droites, se rapporte à la théorie du Soleil. Nous verrons plus loin comment on détermine la position de ce point sur la sphère étoilée, mais, dès maintenant, nous supposerons cette position connue.

L'origine des ascensions droites s'appelle souvent *point gamma,*

point vernal ou *point équinoxial*. Nous nous servirons indifféremment de ces diverses appellations.

166. *Détermination des coordonnées équatoriales.* — Nous avons vu précédemment (**160**) comment peut se déterminer la déclinaison d'un astre à un instant donné.

Il nous reste donc simplement à voir comment on peut, au même instant, déterminer la valeur de l'ascension droite de cet astre.

Pour cela nous remarquerons que, si l'on a réglé la pendule sidérale de manière à lui faire marquer $0^h 00^m 00^s$ quand le point vernal passe au méridien (nous verrons plus loin comment s'opère ce réglage), l'heure h que marque la pendule au moment de l'observation de l'astre A_1 représente l'angle horaire astronomique du point γ, c'est-à-dire l'arc $Q'_1 Q_1 \gamma$ parcouru par le point γ sur la sphère céleste depuis son passage au méridien en Q'_1.

On voit donc que, dans le cas de la figure, on a

$$\gamma\delta_1 = Q'_1\delta_1 - Q'_1\gamma,$$

c'est-à-dire

$$\text{Æ}_a = Q'_1\delta_1 - (24^h - h),$$

de sorte que pour avoir Æ_a il suffit de connaître $Q'_1\delta_1$ ou, ce qui revient au même, l'arc $Q'\delta$ qui mesure l'angle au pôle P. Comme nous savons déterminer l'angle P, on voit donc que la formule

$$\text{Æ}_a = P - (24^h - h)$$

permet de déterminer Æ_a.

Cette détermination se ferait du reste tout aussi simplement pour une autre position quelconque du point γ.

167. *Avantages des coordonnées équatoriales.* — Les coordonnées équatoriales ont, sur les deux autres systèmes de coordonnées, l'avantage d'être indépendantes de la position de l'observateur, puisque le pôle occupe toujours la même place dans le ciel au milieu des étoiles.

Toutefois, ces coordonnées ne sont pas invariables avec le temps, même pour les étoiles, car nous verrons que l'axe de rotation de la Terre, au lieu d'être dirigé constamment vers le même point du ciel, comme nous l'avons admis jusqu'ici, est animé d'un mouvement conique très lent qui déplace les pôles célestes au milieu des étoiles.

Les coordonnées Æ et D ne permettent donc de préciser rigoureusement la position d'un astre que si l'on connaît l'époque à laquelle elles ont été déterminées.

Relations horaires.

168. *Temps sidéral ou heure sidérale d'un lieu.* — Nous avons vu précédemment (**93**) que les astronomes avaient adopté pour unité de mesure du temps le *jour sidéral.*

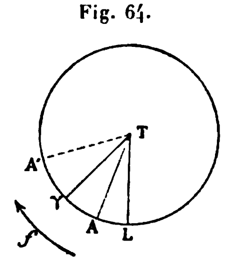
Ils ont convenu en outre de faire marquer $0^h 00^m 00^s$ à la pendule sidérale d'un lieu au moment précis où le point γ passe au méridien supérieur de ce lieu.

D'après cela, le *temps sidéral* ou l'*heure sidérale* d'un lieu est l'angle horaire astronomique du point vernal en ce lieu et indique, par suite, depuis combien de temps le point γ est passé au méridien supérieur.

169. *Remarque.* — Les coordonnées équatoriales d'un astre étant déterminées, si l'on connaît en outre le temps sidéral d'un lieu, il est clair que la sphère étoilée se trouvera fixée en position à l'intérieur de la sphère céleste. Par suite, la position de l'astre sur la sphère rationnelle sera aussi nettement déterminée.

170. *Relation entre le temps sidéral, le temps d'un astre et son ascension droite.* — Prenons pour plan de la figure 64 le plan de

Fig. 64.



l'équateur céleste vu du pôle nord : soient T le centre de la Terre et TL la trace du méridien d'un lieu sur l'équateur.

Si, à un instant quelconque, Tγ est la trace du plan horaire du point vernal et TA celle du plan horaire d'un astre A, le sens du mouvement diurne apparent étant indiqué par la flèche *f*, on voit que l'on a

$$LA = Tag, \qquad L\gamma = Tsg, \qquad \gamma A = Æ_a.$$

Or la figure montre que

$$L\gamma = LA + \gamma A.$$

Remplaçant les arcs par leurs valeurs, il vient

$$\text{Tsg} = \text{Tag} + Æ_a.$$

Si la trace du plan horaire de l'astre occupait la position TA′, on aurait de même

$$\text{LA}' = \text{L}\gamma + \gamma\text{A}'.$$

Or on voit, d'après les définitions, que

$$\text{LA}' = \text{Tag}, \qquad \text{L}\gamma = \text{Tsg}, \qquad \gamma\text{A}' = 24^{\text{h}} - Æ_a.$$

On a donc

$$\text{Tag} = \text{Tsg} + 24^{\text{h}} - Æ_a,$$

c'est-à-dire

$$\text{Tsg} + 24^{\text{h}} = \text{Tag} + Æ_a,$$

ce qui nous montre que la relation

$$\text{Tsg} = \text{Tag} + Æ_a$$

n'est vraie, dans certains cas, qu'à 24 heures près.

Si donc dans un calcul on obtient un total supérieur à 24 heures, en faisant la somme Tag $+ Æ_a$, on aura Tsg en retranchant 24 heures au résultat.

171. *Remarque.* — Si, dans la formule

$$\text{Tsg} = \text{Tag} + Æ_a,$$

on suppose que Tag $= 0$, il vient

$$\text{Tsg} = Æ_a,$$

ce qui montre que, *lorsqu'un astre passe au méridien supérieur d'un lieu, son ascension droite est, à cet instant, égale à l'heure marquée par la pendule sidérale.*

172. *Relation entre les angles horaires simultanés d'un même astre à Paris et dans un lieu donné.* — Prenons encore, pour plan de la figure 65, le plan de l'équateur céleste vu du pôle nord et soient TM la trace du méridien de Paris sur l'équateur, TL celle du méridien d'un lieu situé à l'ouest et TA celle du plan horaire d'un astre.

On voit sur la figure que

$$\text{MA} = \text{ML} + \text{LA}.$$

Or, f étant le sens du mouvement diurne apparent, si l'on désigne

par G_o la longitude du lieu considéré, on voit que

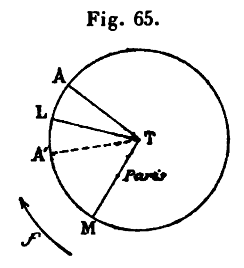
$$MA = Tap, \qquad ML = G_o, \qquad LA = Tag,$$

de sorte que l'on a

$$Tap = Tag + G_o.$$

Si le méridien de l'astre occupait la position TA′, on aurait de

Fig. 65.



même

$$ML = MA' + A'L,$$

c'est-à-dire, en remplaçant les arcs par leurs valeurs

$$G_o = Tap + (24^h - Tag).$$

On en déduit

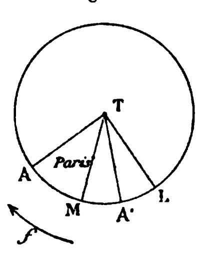
$$Tap + 24^h = Tag + G_o.$$

On voit donc que, si la somme Tag + G_o surpasse 24 heures, pour obtenir Tap il faut retrancher 24 heures au résultat.

Supposons maintenant que le lieu considéré soit situé dans l'est et désignons sa longitude par G_e.

Soient encore (*fig.* 66) TM la trace du premier méridien sur l'équa-

Fig. 66.



teur, TL celle du méridien du lieu, et TA celle d'un astre. On voit sur la figure que

$$LA = LM + MA,$$

c'est-à-dire

$$Tag = G_e + Tap.$$

On en déduit

$$\text{Tap} = \text{Tag} - G_e.$$

Si le méridien de l'astre occupait la position TA', on aurait de même

$$\text{LM} = \text{LA}' + \text{A}'\text{M},$$

c'est-à-dire

$$G_e = \text{Tag} + (24^h - \text{Tap}),$$

ou encore

$$\text{Tap} = (\text{Tag} + 24^h) - G_e.$$

On voit donc que, si la longitude Est d'un lieu est plus grande que l'angle horaire d'un astre A', il faut, pour avoir Tap, ajouter 24 heures à Tag pour rendre la soustraction possible.

En résumé, si l'on convient de regarder la longitude comme positive ou négative suivant qu'elle est Ouest ou Est, on peut écrire dans tous les cas

$$\text{Tap} = \text{Tag} + G,$$

cette relation n'étant vraie qu'à 24 heures près.

173. *Remarque.* — Il résulte de ce que nous venons de voir que, si l'on connaît les angles horaires simultanés d'un astre à Paris et dans un lieu donné, on peut en déduire aisément la longitude.

Nous venons de voir, en effet, que l'on a algébriquement, à 24 heures près,

$$\text{Tap} = \text{Tag} + G.$$

On en déduit

$$G = \text{Tap} - \text{Tag}.$$

Si donc Tap *est plus grand que* Tag, *la longitude trouvée est Ouest; elle est Est au contraire si* Tap *est plus petit que* Tag.

Comme la relation précédente n'est vraie qu'à 24 heures près, si, en effectuant la soustraction, on obtient un résultat plus grand que 12 heures, on retranchera ce résultat de 24 heures en changeant son nom.

Ainsi, par exemple, si l'on avait

$$\text{Tap} = 2^h, \qquad \text{Tag} = 22^h,$$

on aurait

$$G = \text{Tap} - \text{Tag} = 2^h - 22^h = 20^h \text{ Est}.$$

Or, comme les longitudes se comptent de 0 heure à 12 heures, il est

clair que

$$20^h \text{ de longitude Est} = (24 - 20) \text{ heures de longitude O},$$

de sorte que

$$G = (24 - 20)^h O = 4^h O = 60^\circ O.$$

II. — PARALLAXES. DEMI-DIAMÈTRES. CORRECTION DES HAUTEURS.

---

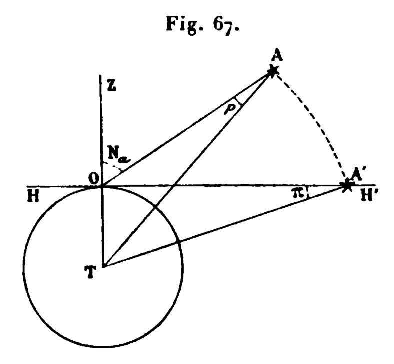
174. Nous avons vu dans le paragraphe précédent que, pour obtenir les diverses coordonnées des astres, il était indispensable de savoir passer des coordonnées locales fournies par le théodolite aux coordonnées horizontales telles qu'on les aurait obtenues si l'on avait observé du centre de la Terre.

Il est donc essentiel de montrer comment l'on peut déterminer les diverses corrections permettant d'effectuer cette transformation.

Parallaxes.

175. *Parallaxe en hauteur.* — Nous avons vu (**151**) que l'on appelait *parallaxe en hauteur* d'un astre A (*fig.* 67) l'angle OAT

Fig. 67.



sous lequel, étant placé au centre de cet astre, on apercevrait le rayon terrestre qui aboutit à l'observateur O.

Proposons-nous donc de trouver la valeur de cet élément et, pour cela, désignons par N_a la distance zénithale apparente ZOA, par R la distance TA, par r le rayon TO, et par p l'angle OAT.

Le triangle OAT nous donne

$$\frac{r}{\sin p} = \frac{R}{\sin TOA},$$

c'est-à-dire

$$\frac{r}{\sin p} = \frac{R}{\sin N_a}.$$

On en déduit

$$\sin p = \frac{r}{R} \sin N_a,$$

ou, puisque l'angle p est toujours très petit,

$$p = \frac{r}{R \sin 1''} \sin N_a,$$

p étant exprimé en secondes de degré.

Cette expression nous montre que la parallaxe en hauteur d'un astre est d'autant plus petite que sa distance zénithale est plus faible et que l'astre est plus éloigné.

176. *Parallaxe horizontale.* — On appelle *parallaxe horizontale* d'un astre ce que deviendrait sa parallaxe en hauteur si on le plaçait sur l'horizon apparent du lieu considéré et à la même distance du centre de la terre.

Il résulte de cette définition que, si du point T comme centre (*fig.* 67) on décrit un arc de cercle AA′ jusqu'à sa rencontre en A′ avec le plan d'horizon apparent du lieu O, on obtient en OA′T la parallaxe horizontale de l'astre A.

Or, le triangle rectangle OA′T donne, en désignant par π la parallaxe horizontale,

$$r = TA' \sin\pi = R \sin\pi,$$

d'où il résulte que

$$\sin\pi = \frac{r}{R},$$

ou, puisque l'angle π est toujours très petit,

$$\pi = \frac{r}{R \sin 1''}.$$

177. *Relation entre la parallaxe en hauteur et la parallaxe horizontale.* — On a vu que

$$p = \frac{r}{R \sin 1''} \sin N_a,$$

et comme la parallaxe horizontale a pour expression

$$\pi = \frac{r}{R \sin 1''},$$

il en résulte que

$$p = \pi \sin N_a,$$

formule dans laquelle p et π sont exprimées en secondes de degré.

178. *Parallaxe horizontale équatoriale.* — Le rayon terrestre n'ayant pas partout la même longueur, il en résulte qu'à un instant donné, la parallaxe horizontale n'aura pas la même valeur en deux lieux différents.

La relation

$$\pi = \frac{r}{R \sin 1''}$$

nous montre, en effet, qu'au même instant π sera plus grande pour les lieux situés sur l'équateur.

La parallaxe d'un astre, pour un lieu situé sur l'équateur, s'appelle la *parallaxe horizontale équatoriale* de l'astre considéré et se désigne habituellement par π_0, de sorte que l'on a

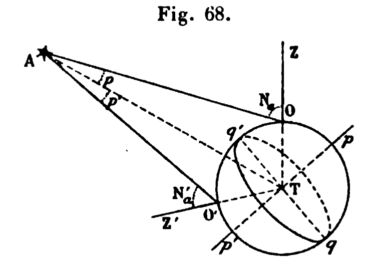
$$\pi_0 = \frac{r_0}{R \sin 1''},$$

r_0 représentant le rayon équatorial. Pour le Soleil et les planètes, la différence $\pi_0 - \pi$ est absolument insensible. Pour la Lune, cette différence, bien que très petite, a une valeur appréciable qui est fournie, en fonction de la latitude, par la Table XXI de Friocourt. On a donc

$$\pi ☾ = \pi_0 ☾ - \text{Correct. T. XXI.}$$

179 *Détermination de la parallaxe horizontale d'un astre.* —

Fig. 68.



Soient pp' (*fig.* 68) l'axe de rotation de la Terre, O et O' deux observateurs placés sur un même méridien, OZ et O'Z' leurs verticales.

Supposons que ces deux observateurs prennent simultanément les distances zénithales apparentes $ZOA = N_a$ et $Z'O'A' = N'_a$ (corrigées de la réfraction) au moment où l'astre A passe au méridien.

Si nous traçons la droite TA, on voit que les angles OAT et O'AT sont les parallaxes en hauteur simultanées p et p' de l'astre A pour les lieux O et O'.

Or, le quadrilatère OTO'A étant un quadrilatère plan, on a :

$$OTO' + TO'A + O'AO + AOT = 360°,$$

c'est-à-dire, en désignant par l la valeur de l'angle OTO' qui représente ici la somme des latitudes des points O et O',

$$l + (180° - N'_a) + (p + p') + (180° - N_a) = 360°.$$

Il en résulte que

$$(1) \qquad p + p' = N_a + N'_a - l.$$

Or, si l'on suppose la terre sphérique ou les deux observateurs O et O' symétriquement placés par rapport à l'équateur, les parallaxes horizontales correspondant aux lieux O et O' sont les mêmes, de sorte que l'on a :

$$p = \pi \sin N_a \qquad \text{et} \qquad p' = \pi \sin N'_a.$$

Portant ces valeurs dans la relation (1) on obtient :

$$\pi = \frac{N_a + N'_a - l}{\sin N_a + \sin N'_a}.$$

Cette méthode, appliquée à la Lune en 1756 par les astronomes Lacaille et Lalande, a montré que la parallaxe horizontale moyenne de cet astre est de 57'42"; mais elle n'a pu donner de bons résultats pour les autres astres, à cause de leur trop grand éloignement.

Les parallaxes du Soleil et des planètes ont néanmoins été déterminées avec précision par des procédés que nous ne pouvons indiquer dans ce cours.

Ces déterminations ont prouvé que les parallaxes des étoiles sont nulles; que celles des planètes sont très petites et que la valeur moyenne de la parallaxe du Soleil est de 8",8 et varie très peu.

Demi-diamètres.

180. Le Soleil, la Lune et les planètes nous apparaissent, dans la lunette astronomique, comme des disques lumineux sensiblement

circulaires : il en résulte que, si l'on veut prendre la hauteur de ces astres, on ne peut viser directement leur centre.

On observe alors la hauteur du bord inférieur ou supérieur, puis l'on passe de la hauteur de ce bord à celle du centre à l'aide du demi-diamètre.

181. *Demi-diamètre apparent ou en hauteur.* — On appelle *demi-diamètre apparent* ou *demi-diamètre en hauteur* d'un astre A (*fig.* 69), l'angle AOB' sous lequel, étant placé en O, à la surface de la Terre, on apercevrait le rayon AB' de l'astre.

Cet angle se désigne habituellement par d'.

Or, le triangle AOB' étant rectangle en B' donne, en désignant par r' le rayon de l'astre et par R' la distance AO :

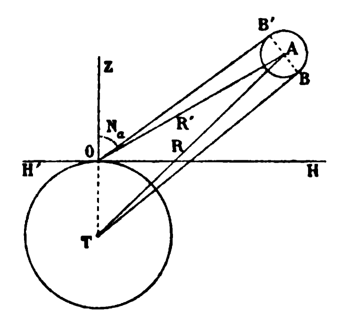
$$r' = R' \sin d',$$

et, comme l'angle d' est toujours très petit, on en déduit :

$$d' = \frac{r'}{R' \sin 1''}.$$

182. *Demi-diamètre central ou vrai.* — On appelle *demi-diamètre central ou vrai* l'angle ATB (*fig.* 69) sous lequel, étant

Fig. 69.



placé au centre de la Terre, on apercevrait le rayon AB de l'astre.

Cet angle se désigne habituellement par d. Or, le triangle ATB étant rectangle en B, si l'on désigne encore par r' le rayon de l'astre et par R la distance TA, on a

$$r' = R \sin d,$$

d'où l'on tire, puisque d est toujours très petit,

$$d = \frac{r'}{R \sin 1''}.$$

183. *Remarque.* — En comparant les valeurs de d et de d' on voit que le demi-diamètre en hauteur d' est plus grand que le demi-diamètre central d, car R′ est toujours moindre que R pour un astre situé au-dessus de l'horizon.

184. *Relation entre le demi-diamètre central et le demi-diamètre en hauteur.* — Nous avons vu que, R et R′ désignant les distances AT et AO (*fig.* 69), on a

$$d' = \frac{r'}{R' \sin 1''} \qquad \text{et} \qquad d = \frac{r'}{R \sin 1''},$$

de sorte que, si l'on divise ces deux relations membre à membre, il vient

$$\frac{d'}{d} = \frac{R}{R'}.$$

Or, le triangle AOT donne

$$\frac{R}{R'} = \frac{\sin AOT}{\sin ATO},$$

c'est-à-dire, en désignant par N_a la distance zénithale apparente ZOA et par p la parallaxe en hauteur OAT,

$$\frac{R}{R'} = \frac{\sin N_a}{\sin(N_a - p)}.$$

On a donc :

$$\frac{d'}{d} = \frac{\sin N_a}{\sin(N_a - p)} = \frac{\sin N_a}{\sin N_a \cos p - \cos N_a \sin p}.$$

Comme p est un angle très petit, quel que soit l'astre observé, on peut poser sans erreur appréciable

$$\cos p = 1 \qquad \text{et} \qquad \sin p = p \sin 1''$$

et écrire, par suite,

$$\frac{d'}{d} = \frac{\sin N_a}{\sin N_a - p \sin 1'' \cos N_a}.$$

D'ailleurs, comme on sait que $p = \pi \sin N_a$, cette relation se simplifie et devient

$$\frac{d'}{d} = \frac{1}{1 - \pi \sin 1'' \cos N_a}.$$

On en tire

$$d' = \frac{d}{1 - \pi \sin 1'' \cos N_a}.$$

En effectuant la division indiquée dans le second membre on trouve

$$d' = d + d\pi \sin 1'' \cos N_a + d\pi^2 \sin^2 1'' \cos^2 N_a + \ldots.$$

Comme le terme $d\pi^2 \sin^2 1'' \cos^2 N_a$ et les termes suivants sont très petits vis-à-vis des deux premiers, on peut, sans erreur sensible, écrire

$$d' = d + d\pi \sin 1'' \cos N_a,$$

ou encore

$$d' - d = d\pi \sin 1'' \cos N_a.$$

Or, on sait qu'au même instant on a

$$d = \frac{r'}{R \sin 1''}, \qquad \text{et} \qquad \pi = \frac{r}{R \sin 1''}.$$

On en déduit, en divisant ces deux relations membre à membre :

$$\pi = d \frac{r}{r'}.$$

Portant cette valeur dans l'expression de $d' - d$, il vient finalement

$$d' - d = d^2 \frac{r}{r'} \sin 1'' \sin H_a.$$

Cette formule, appliquée aux astres ayant un demi-diamètre apparent, a permis de constater que la différence entre le demi-diamètre central et le demi-diamètre en hauteur n'est sensible que pour la Lune.

Cet élément est donné, pour cet astre, dans la Table XVII de Friocourt : on y entre avec le demi-diamètre central et la hauteur apparente.

185. *Remarque.* — Dans la formule qui précède figure le rapport $\frac{r}{r'}$ du rayon de la Terre au rayon de l'astre observé. Cette détermination se fait sans peine à l'aide de la relation

$$\frac{\pi}{d} = \frac{r}{r'}.$$

On sait, en effet, que π est connue (**179**) et, quant à d, on peut l'obtenir très simplement par l'observation ainsi que nous le verrons un peu plus loin.

Pour la Lune, le rapport $\frac{r}{r'}$ a pour valeur $\frac{11}{3}$.

186. *Demi-diamètre horizontal.* — On appelle ainsi ce que devient le demi-diamètre central d'un astre au moment où son centre se trouve sur le plan d'horizon apparent.

Or, la relation

$$d' - d = d^2 \frac{r}{r'} \sin 1'' \sin H_a$$

donne, pour $H_a = 0$,

$$d' = d,$$

de sorte que, pour tous les astres, le demi-diamètre horizontal est égal au demi-diamètre central.

187. *Demi-diamètre en hauteur réfracté.* — Nous avons vu (**130**) que, par suite de la présence de l'atmosphère, le disque réfracté d'un astre n'est pas rigoureusement circulaire et que, par suite, tous les rayons de ce disque ne sont pas égaux.

Il en résulte que le *demi-diamètre en hauteur réfracté* n'a pas la même valeur en tous les points du disque.

L'*accourcissement* des demi-diamètres, occasionné par la réfraction, a été calculé à l'aide de formules que nous ne pouvons établir ici.

Cet accourcissement, insensible pour les planètes, est donné, pour le Soleil et la Lune, par la Table XVIII de Friocourt: on y entre avec la hauteur de l'astre et l'angle que le demi-diamètre que l'on calcule forme avec le diamètre vertical de l'astre.

On a donc, en désignant suivant l'usage par d_r le demi-diamètre en hauteur réfracté :

$$d_r = d' - \text{Correct. T. XVIII.}$$

188. *Mesure du demi-diamètre apparent d'un astre.* — La mesure des demi-diamètres apparents s'effectue avec une très grande précision à l'aide de l'*héliomètre de Bouguer*.

Cet instrument est une lunette astronomique sans réticule, dont l'objectif OO′ (*fig.* 70) a été scié en deux parties égales suivant un de ses diamètres AB.

La moitié O est fixée au corps de la lunette tandis qu'une vis à pas très fin, appelée *vis micrométrique,* permet de déplacer la demi-lentille O′ parallèlement à elle-même le long du plan de séparation AB.

Il est clair que, lorsque les deux parties O et O′ sont juxtaposées, elles forment une lentille unique et, par suite, en plaçant l'œil à l'oculaire, on n'aperçoit qu'une seule image.

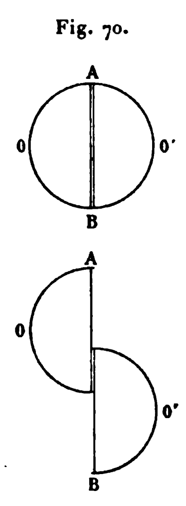
Mais, si l'on fait glisser la partie mobile O′ le long de AB, chaque

moitié d'objectif fonctionnant séparément, il se forme deux images que l'on peut amener à se tangenter.

Le déplacement de la partie mobile O′ représente alors le diamètre de l'image réelle de l'astre, formée au foyer.

Pour mesurer ce déplacement avec une grande précision, la vis micrométrique porte un tambour gradué en parties égales : si, par exemple, ce tambour porte 100 divisions, chaque division correspond à un déplacement de O′ égal à $\frac{1}{100}$ du pas de la vis micrométrique.

Fig. 70.



Si donc le pas de cette vis représente le déplacement qui correspond à un demi-diamètre apparent de $1''$, on voit qu'il est possible d'obtenir les demi-diamètres apparents à $\frac{1}{100}$ de seconde près, c'est-à-dire avec une précision extrême.

On conçoit, d'après cela, que l'héliomètre soit un des instruments d'observatoire les plus importants.

189. *Remarque.* — L'héliomètre permet seulement de déterminer les demi-diamètres en hauteur réfractés.

Pour déduire du demi-diamètre en hauteur réfracté d'un astre le demi-diamètre central, nous rappellerons que l'on a trouvé

$$d_r = d' - \text{Correct. T. XVIII.}$$

On tire de cette expression la valeur du demi-diamètre apparent qui est

$$d' = d_r + \text{Correct. T. XVIII,}$$

d' étant connu, on en déduit d à l'aide de la relation

$$d' = d + d^2 \frac{r}{r'} \sin 1'' \sin H_a,$$

dans laquelle tout est connu sauf d. On est ainsi conduit à résoudre l'équation du second degré :

$$\frac{r}{r'} \sin 1'' \sin H_a . d^2 + d - d' = 0.$$

Comme le produit des racines de cette équation est négatif, les racines sont toujours réelles mais de signes contraires : il est évident que la racine positive seule est acceptable. Ce calcul ne s'effectue que pour la Lune, car nous savons que pour le Soleil et les autres astres $d' = d$.

190. *Remarque II.* — La détermination des demi-diamètres centraux, par les procédés que nous venons d'indiquer, a montré que le demi-diamètre central de la Lune varie entre 14′43″ et 16′47″, tandis que celui du Soleil oscille entre 15′46″ et 16′18″.

Le demi-diamètre central moyen de la Lune est donc de 15′45″ et celui du Soleil de 16′02″.

Correction des hauteurs.

191. Maintenant que nous avons étudié en détail les divers éléments qui sont nécessaires pour passer des *hauteurs apparentes* observées à la surface du globe, aux *hauteurs vraies*, c'est-à-dire aux hauteurs telles qu'on les mesurerait si l'on était placé au centre de la Terre, il est facile d'établir les formules de transformation.

192. *Première méthode* (méthode du demi-diamètre en hauteur réfracté). — Prenons pour plan de la figure 71 celui du vertical de l'astre et supposons que l'on ait mesuré directement, au moyen de l'héliomètre, le demi-diamètre en hauteur réfracté $A'OB' = d_r$.

1° Ayant observé le bord inférieur B′ et obtenu sa hauteur apparente $H_a = B'OH_1$, la figure montre que la hauteur apparente H'_a du centre a pour expression

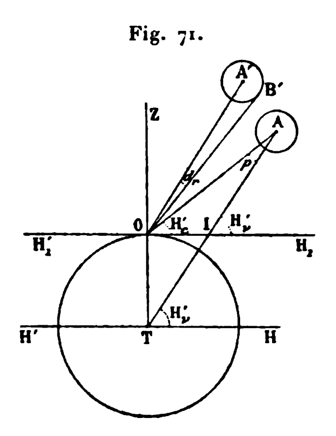
$$H'_a = H_1OA' = H_1OB' + B'OA',$$

c'est-à-dire

$$H'_a = H_a + d_r.$$

2° Comme la réfraction astronomique fait paraître l'astre plus près du zénith qu'il ne l'est en réalité, si A est la position exacte de cet astre, on voit sur la figure que l'angle AOA′ n'est autre chose que la réfraction astronomique R correspondant à la hauteur H'_a. Si donc

Fig. 71.



on désigne par H'_c la hauteur du centre, corrigée de la réfraction, on a :

$$H'_c = H'_a - R,$$

c'est-à-dire

$$H'_c = H_a + d_r - R.$$

3° Enfin, comme la hauteur vraie H'_v du centre est l'angle ATH ou son égal AIH_1, on voit que

$$H'_v = AOH_1 + OAI,$$

c'est-à-dire, puisque $OAI = p$ et $AOH_1 = H'_c$,

$$H'_v = H'_c + p = H_a + d_r - R + p.$$

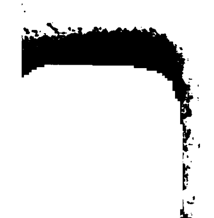
Telle est la formule qui permet de calculer H'_c, connaissant H_a, d_r, R et p.

Si l'on avait observé le bord supérieur de l'astre, on aurait trouvé de même :

$$H'_v = H_a - d_r - R + p.$$

193. *Deuxième méthode* (méthode du demi-diamètre central). — Prenons pour plan de la figure 72 celui du vertical de l'astre.

1° On sait que, par suite de la réfraction astronomique, l'astre A nous paraît être en A′, plus voisin du zénith qu'il ne l'est en réalité :



si donc l'on a mesuré la hauteur apparente $H_1 OB' = H_a$ du bord inférieur B', on voit sur la figure que

$$H_1 OB = H_1 OB' - BOB',$$

c'est-à-dire, en représentant par H_c la hauteur apparente du bord B', corrigée de la réfraction,

$$H_c = H_a - R.$$

2° La figure montre aussi que, si l'on désigne par H_v la hauteur vraie du bord B, on a :

$$H_v = HTB = H_1 IB,$$

c'est-à-dire

$$H_v = H_1 OB + OBI = H_c + OBI.$$

Or, l'angle OBI est celui sous lequel, étant placé en B, à la surface de l'astre, on verrait le rayon terrestre TO.

Cet angle pouvant, vu l'éloignement de l'astre, être considéré

Fig. 72.

comme égal à la parallaxe en hauteur p, il en résulte que l'on a

$$H_v = H_c + p = H_a - R + p.$$

3° Enfin, comme la hauteur vraie H'_v du centre est l'angle HTA, on voit que

$$HTA = HTB + BTA,$$

c'est-à-dire

$$H'_v = H_v + d = H_a - R + p + d,$$

puisque BTA est le demi-diamètre central.

Si l'on avait observé le bord supérieur de l'astre, on aurait trouvé

de même

$$H'_v = H_a - R + p - d.$$

194. *Remarque.* — Les formules qui précèdent montrent qu'il est toujours très facile de passer des hauteurs apparentes aux hauteurs vraies, les divers éléments qui figurent dans ces formules étant mesurés directement, ou se trouvant, pour chaque astre, dans des Tables spéciales.

Naturellement, si l'astre observé est une étoile, comme la parallaxe et le demi-diamètre sont alors nuls, les formules se simplifient considérablement et deviennent

$$H'_v = H_a - R.$$

III. — INSTRUMENTS D'OBSERVATOIRES.

---

195. Les instruments d'observatoires n'étant pas destinés à être déplacés ont des dimensions considérables afin de porter au maximum leur puissance et leur précision.

Bien que très lourds, ces instruments sont d'un maniement très commode et très simple, grâce à des installations mécaniques particulières; ils sont d'ailleurs supportés par de forts piliers en pierre de taille, solidement implantés dans le sol et isolés des planchers afin d'éviter toute trépidation.

Les principaux instruments que l'on rencontre dans les observatoires sont, en plus du *théodolite,* de l'*héliomètre* et de la *pendule sidérale* dont nous avons parlé précédemment, la *lunette méridienne,* le *cercle mural* et l'*équatorial.*

Nous allons étudier successivement ces derniers instruments et montrer comment on les utilise.

Lunette méridienne.

196. La lunette méridienne sert à déterminer avec précision l'instant du passage d'un astre au méridien afin d'en déduire son ascension droite.

Nous avons vu, en effet, qu'au moment où un astre passe au méridien, l'heure sidérale représente l'ascension droite de l'astre observé.

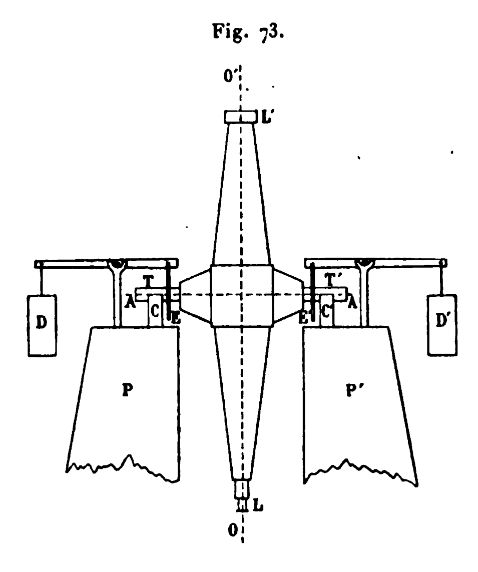
C'est pour cela que la lunette méridienne est toujours accompagnée d'une pendule sidérale, disposée de telle sorte que l'observateur puisse en voir le cadran et en entendre les battements.

La lunette méridienne est une lunette astronomique très puissante LL′ (*fig.* 73), dont l'axe optique OO′ est mobile autour d'un axe AA qui lui est perpendiculaire. Cet axe est de plus perpendiculaire au plan du méridien.

Les tourillons T, T′ de l'instrument reposent sur deux coussinets C et C′ fixés sur des piliers en maçonnerie P et P′.

Pour éviter une usure trop rapide des coussinets, on équilibre une

Fig. 73.



grande partie du poids de l'instrument au moyen de deux contrepoids D et D′ qui agissent sur les colliers de support E et E′ par l'intermédiaire de leviers.

La lunette étant disposée comme nous venons de l'indiquer, il est clair que son axe optique ne peut se mouvoir que dans le plan du méridien.

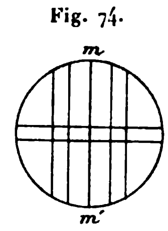
Le réticule se compose (*fig.* 74) de deux fils horizontaux parallèles à l'axe AA et de cinq autres fils équidistants, perpendiculaires aux premiers et nommés *fils horaires:* le fil du milieu *mm′* est exactement dans le méridien et s'appelle, pour ce motif, le *fil méridien.*

Pendant le jour les fils se détachent nettement en noir sur le ciel, mais la nuit on les éclaire légèrement, soit en les portant au rouge sombre à l'aide d'un faible courant électrique, soit à l'aide d'une

petite lampe placée dans le tourillon de droite, qui est creux, et d'un petit miroir convenablement incliné.

Pour obtenir avec une grande précision l'instant où l'astre passe au méridien, on note les heures successives des passages aux cinq fils horaires et l'on en prend la moyenne.

Fig. 74.



Si l'astre observé a un disque sensible, on prend la moyenne des heures des passages des deux bords aux cinq fils horaires.

197. *Remarque.* — Il est indispensable de pouvoir vérifier fréquemment si l'axe optique de la lunette décrit bien le plan méridien du lieu.

Pour cela on commence par vérifier, à l'aide d'un niveau d'eau que l'on suspend sous les tourillons T et T', si l'axe AA est horizontal. Dans le cas où cette horizontalité ne serait pas parfaite, un dispositif particulier permet de l'obtenir en abaissant ou en élevant l'un des deux tourillons.

On vise ensuite une mire éloignée fixée une fois pour toutes dans le plan méridien: si la mire s'aperçoit exactement au milieu du réticule, la lunette est évidemment rectifiée. Si non, au moyen d'une vis, on déplace le réticule jusqu'à ce que l'image de la mire se trouve bien exactement au point de croisement des fils.

Cercle mural.

198. Le cercle mural sert à mesurer avec précision les distances zénithales des astres au moment de leur passage au méridien, afin d'en déduire leurs déclinaisons par le procédé que nous indiquerons tout à l'heure.

Le cercle mural (*fig.* 75) consiste en un cercle ABCD, de grand diamètre, qui peut tourner autour d'un axe horizontal O fixé dans un mur vertical très solide M et orienté suivant le plan du méridien.

Ce cercle est gradué sur sa tranche et porte une lunette astronomique LL′ qui lui est rigidement fixée suivant un diamètre ; une mâchoire B, munie d'une vis de pression et d'une vis de rappel, permet de fixer le cercle dans une position quelconque et d'obtenir des contacts très précis.

Enfin, six microscopes *m* permettent de lire très exactement les arcs décrits par la lunette.

L'instrument étant supposé bien établi et bien rectifié, si l'on dirige l'axe optique sur un astre, au moment où il traverse le méridien, il est clair que la distance zénithale apparente s'obtiendra en évaluant, à l'aide des six microscopes, l'arc décrit par la lunette depuis qu'elle était pointée sur le zénith.

Il est donc essentiel de savoir déterminer la direction de la lunette lorsqu'elle est rigoureusement verticale : pour cela on la dirige,

Fig. 75.

l'objectif en bas, sur un bain de mercure V placé au-dessous de l'axe O.

Ce bain de mercure fournissant une surface horizontale réfléchissante, il est évident que l'axe optique de la lunette sera vertical lorsqu'on verra la croisée des fils du réticule se confondre avec son image réfléchie.

Il suffira, par suite, de retrancher 180° des indications fournies par les six microscopes pour avoir les graduations qu'ils doivent indiquer lorsque la lunette est pointée sur le zénith.

199. *Détermination de la déclinaison d'un astre au moyen du cercle mural.* — Soient L la latitude du lieu où est installé le cercle mural, N la distance zénithale vraie d'un astre au moment où il passe au méridien et D sa déclinaison qu'il s'agit de déterminer.

Prenons pour plan de la figure 76 le méridien céleste du lieu où se

trouve l'observateur et soient OZ sa verticale, P le pôle élevé et HH' la méridienne géographique.

Un astre ne pouvant évidemment passer au méridien supérieur que dans l'une des trois positions A_1, A_2 ou A_3, la figure montre que l'on a :

$$\text{Astre } A_1 \ldots\ldots\ldots \quad L = Q'Z = Z\,A_1 - Q'A_1 = N - D,$$
$$\text{» } A_2 \ldots\ldots\ldots \quad L = Q'Z = Z\,A_2 + Q'A_2 = N + D,$$
$$\text{» } A_3 \ldots\ldots\ldots \quad L = Q'Z = Q'A_3 - Z\,A_3 = D - N.$$

et l'on reconnaît sans peine que *si l'on donne à* N *le nom du pôle auquel on tourne le dos,* la relation

$$L = N + D$$

convient à tous les cas, en considérant L, N et D comme étant de

Fig. 76.

même signe ou de signes contraires, selon qu'ils ont le même nom ou des noms différents.

L et N étant connus, on déduit de la relation précédente

$$D = L - N,$$

formule qui permet de calculer D.

Un passage au méridien inférieur n'étant visible qu'entre P et H, en A_4 par exemple, on voit que dans ce cas

$$Q'Z = 180° - QZ = 180° - (QA_4 + A_4Z),$$

c'est-à-dire

$$L = 180° - (D + N)$$

arithmétiquement. On en déduit

$$D = 180° - (N + L),$$

formule qui permet encore de calculer D.

200. *Remarque.* — Pour calculer D nous avons supposé la latitude connue. Au lieu d'employer le théodolite pour effectuer la détermination de cet élément, on peut se servir du cercle mural qui est, somme toute, le limbe vertical d'un théodolite orienté dans le plan du méridien.

La détermination de la latitude s'effectue par conséquent par la méthode que nous avons expliquée précédemment (**99** et **113**).

Équatorial.

201. Lorsqu'on examine un astre au moyen d'une lunette astronomique, ses dimensions apparentes sont plus ou moins agrandies, selon la puissance de l'instrument.

L'astre étant en mouvement, la quantité dont il se déplace dans un intervalle de temps donné est également agrandie par la lunette et, par conséquent, le mouvement diurne de cet astre, insensible à la vue simple, doit s'apercevoir très bien avec une forte lunette. C'est ce qui arrive en effet : on voit les astres se déplacer rapidement et traverser le champ de l'instrument d'autant plus vite que la lunette est plus puissante.

Il en résulte nécessairement que, si une lunette est pointée dans la direction d'un astre, elle ne permet de l'observer que pendant un intervalle de temps très court, de sorte que, si l'observation dont on s'occupe doit avoir une certaine durée, on est obligé de modifier constamment la direction de la lunette, ce qui rend l'observation difficile et pénible.

C'est pour obvier à ces inconvénients que l'on a imaginé l'instrument appelé *équatorial,* l'un des plus importants des observatoires.

Cet instrument (*fig.* 77) est une sorte de théodolite dont l'axe vertical PP′ a été incliné suivant la direction de l'axe du monde : il est maintenu dans cette position par deux supports rigides S et S′ sur lesquels il peut tourner librement.

Le limbe qq', parallèle à l'équateur, est invariablement fixé sur l'axe PP′ ainsi que le limbe mm' contre lequel se déplace la lunette LL′.

Deux index, convenablement disposés, permettent d'ailleurs de lire les angles décrits, soit par le limbe mm', soit par la lunette LL′.

Enfin le limbe qq' peut à volonté être rendu solidaire d'un mouvement d'horlogerie qui lui fait faire un tour complet sur lui-même

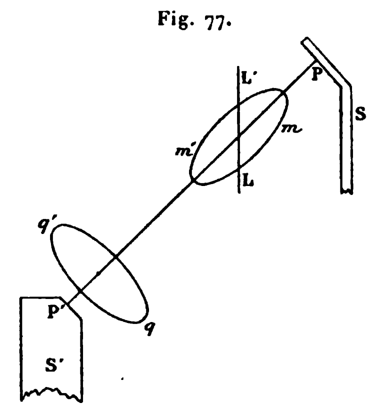
en 24 heures sidérales et dans le sens du mouvement diurne apparent.

Il résulte de ces dispositions que si l'on a braqué la lunette LL' sur une étoile par exemple et mis le mouvement d'horlogerie en marche, l'axe optique de la lunette restera dirigé vers cette même étoile, ce qui permettra de l'observer avec la plus grande facilité.

202. *Détermination des coordonnées équatoriales.* — Grâce à sa disposition, l'équatorial permet de déterminer les coordonnées équatoriales d'un astre par comparaison avec celles d'une étoile voisine dont l'ascension droite et la déclinaison sont connues.

Pour faciliter cette détermination le réticule de la lunette LL' est

Fig. 77.



formé de deux fils perpendiculaires dont l'un, appelé *fil horaire,* est dirigé suivant le cercle horaire.

L'instrument étant immobilisé, on attend que, par suite du mouvement diurne, l'étoile de comparaison et l'astre viennent traverser le fil horaire : la différence ρ des heures sidérales des passages étant évidemment égale à la différence des ascensions droites, on a :

$$Ꝗ' = Ꝗ \pm \rho,$$

Ꝗ représentant l'ascension droite de l'étoile de comparaison et Ꝗ' celle que l'on veut déterminer.

Pour avoir la différence δ des déclinaisons, il suffit de viser l'astre et l'étoile au moment où ils traversent le plan du cercle horaire et de faire la différence δ des lectures correspondantes. On a ensuite

$$D' = D \pm \delta,$$

D étant la déclinaison de l'étoile de comparaison et D' la déclinaison inconnue.

203. *Vérification des lois du mouvement diurne à l'aide de l'équatorial.* — Si l'on vise une étoile à l'aide de la lunette de l'équatorial et si l'on met ensuite en marche le mouvement d'horlogerie, on constate que l'astre reste très sensiblement au point de croisée des fils du réticule : la trajectoire de cette étoile est donc un cercle, intersection de la sphère céleste et du cône de révolution décrit par l'axe optique de la lunette.

D'ailleurs, le mouvement d'horlogerie ayant une vitesse constante, il en résulte que l'étoile décrit sa trajectoire d'un mouvement uniforme, puisqu'elle reste constamment sur le prolongement de l'axe optique.

En visant de même le Soleil, la Lune et les diverses planètes, on reconnaît que ces astres ont des déclinaisons variables et ne décrivent pas leurs trajectoires d'un mouvement uniforme.

Il faut remarquer toutefois que cette vérification des principales lois du mouvement diurne manque de précision, puisqu'elle ne tient aucun compte de la réfraction qui varie avec la position de l'astre sur la voûte céleste.

CHAPITRE IV.

LE SOLEIL.

I. — MOUVEMENT APPARENT. COORDONNÉES ÉCLIPTIQUES. PRÉCESSION.

204. En étudiant le mouvement diurne nous avons reconnu que le Soleil était animé d'un mouvement de rotation de l'est à l'ouest sur la sphère céleste, mais que sa trajectoire, au lieu d'être fixe comme celle des étoiles, se composait d'une série de spires allant tantôt en se rapprochant et tantôt en s'éloignant du pôle nord.

Si donc nous supposons le Soleil placé sur la sphère étoilée, nous devons le considérer comme animé d'un mouvement propre sur la surface de cette sphère.

Ce mouvement du Soleil au milieu des étoiles peut se constater aisément de la manière suivante : supposons que l'on dirige sur cet astre la lunette d'un équatorial, puis que l'on mette en marche le mouvement d'horlogerie. La lunette étant animée d'un mouvement identique à celui de la sphère étoilée lui est en quelque sorte fixée. Si donc le Soleil était fixe au milieu des étoiles, il paraîtrait immobile dans le champ de la lunette tandis qu'on le voit, au contraire, se déplacer lentement, mais d'une manière continue, de l'ouest vers l'est.

205. *Trajectoire apparente du Soleil sur la sphère étoilée.* — Nous savons que, pour déterminer la position d'un astre sur la sphère étoilée, il suffit de connaître son ascension droite et sa déclinaison.

Comme nous ne connaissons pas encore le point vernal, origine des ascensions droites, nous règlerons provisoirement la pendule sidérale sur une belle étoile, facile à observer, et nous lui ferons marquer $0^h 00^m 00^s$ au moment où cette étoile passe au méridien.

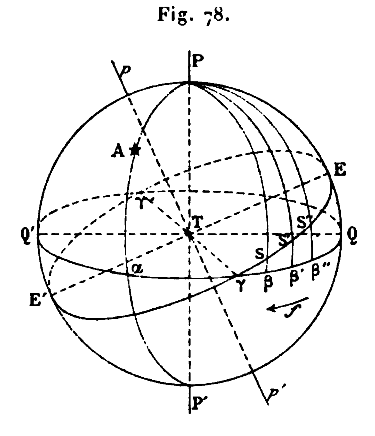
Ceci posé, notons tous les jours les heures des passages des deux bords du Soleil aux fils de la lunette méridienne et observons, avec le cercle mural, la distance zénithale de l'un des bords du disque.

En faisant chaque jour la moyenne des heures des passages, nous obtiendrons les heures précises h, h', h'', ... des passages du centre du Soleil au méridien ou encore les *ascensions droites provisoires* du Soleil comptées à partir du pied du cercle de déclinaison de l'étoile origine : on constate que ces ascensions droites vont constamment en croissant.

Les distances zénithales, corrigées de la réfraction et de la parallaxe, nous donneront également les distances zénithales vraies du centre à chacun des passages successifs, et, comme nous connaissons aussi la latitude, nous en déduirons les déclinaisons et par suite les distances polaires Δ, Δ', Δ'', ... correspondantes.

Ceci fait, prenons un globe matériel de grandes dimensions représentant la sphère étoilée et traçons-y un grand cercle QQ′ (*fig.* 78)

Fig. 78.



figurant l'équateur, ses pôles P et P′ ainsi qu'un demi-grand cercle PAP′ représentant le méridien de l'étoile origine A.

Le sens du mouvement diurne apparent étant indiqué par la flèche f, si nous prenons à partir du point α, en sens inverse de f, des arcs $\alpha\beta$, $\alpha\beta'$, $\alpha\beta''$, ... respectivement égaux à h, h', h'', ... et si nous menons les méridiens des points β, β', β'', ..., en portant sur ces méridiens des arcs $PS = \Delta$, $PS' = \Delta'$, $PS'' = \Delta''$, ... les points S, S′, S″, ... ainsi obtenus représenteront les positions successivement occupées par le Soleil sur la sphère étoilée.

Joignant tous ces points par un trait continu on obtient un grand cercle EE′ incliné d'environ 23°27′ sur le plan de l'équateur.

On constate de plus que le mouvement du Soleil sur ce grand cercle est sensiblement mais non rigoureusement uniforme; qu'il

s'effectue dans le sens *direct* (inverse du mouvement diurne apparent) et qu'il s'écoule $366^{j.\,sid.},242217$ en moyenne, c'est-à-dire, comme nous le verrons plus loin, une *année tropique* entre deux instants précis où le Soleil traverse l'équateur en passant de l'hémisphère sud dans l'hémisphère nord.

De tout ce que nous venons de constater il résulte que : *le Soleil semble parcourir indéfiniment en* $366^{j.\,sid.},242217$, *dans le sens direct et d'un mouvement non uniforme, un grand cercle de la sphère étoilée, incliné de* $23^\circ 27'$ *sur l'équateur.*

206. *Écliptique. Équinoxes. Solstices.* — Le grand cercle décrit par le Soleil sur la sphère étoilée s'appelle l'*écliptique :* ce nom vient de ce que les éclipses de Soleil et de Lune ont lieu lorsque la Lune est dans le plan de ce grand cercle ou tout près de lui.

On appelle *axe* de l'écliptique le diamètre pp' de la sphère étoilée qui lui est perpendiculaire; ses extrémités p et p' sont les *pôles* de l'écliptique : p est le *pôle écliptique boréal; p' le pôle écliptique austral.*

On appelle *obliquité* de l'écliptique et l'on désigne par la lettre grecque ω, l'angle que ce grand cercle forme avec l'équateur; elle est égale à l'arc de grand cercle Pp qui sépare le pôle céleste nord du pôle écliptique nord; elle est aussi égale à la plus grande déclinaison nord ou sud du Soleil.

Le diamètre $\gamma\gamma'$, intersection de l'écliptique et de l'équateur, s'appelle la *ligne des équinoxes :* les points γ et γ' situés aux extrémités de ce diamètre sont les *équinoxes* ou *points équinoxiaux.*

Le point γ où le Soleil traverse l'équateur, en passant de l'hémisphère sud dans l'hémisphère nord, est l'*équinoxe de printemps* ou *point vernal :* c'est ce point qui a été choisi pour origine des ascensions droites.

Le point γ' où le Soleil traverse l'équateur, en passant de l'hémisphère nord dans l'hémisphère sud, s'appelle le *point automnal* ou *équinoxe d'automne.*

Le diamètre EE', perpendiculaire à $\gamma\gamma'$ dans le plan de l'écliptique, est la *ligne des solstices :* le point E situé dans l'hémisphère nord est le *solstice d'été,* le point opposé E' est le *solstice d'hiver.*

207. *Détermination des éléments de l'écliptique.* — Pour que l'écliptique soit bien déterminée il suffit évidemment de connaître la position précise du point γ sur l'équateur de la sphère étoilée, ainsi

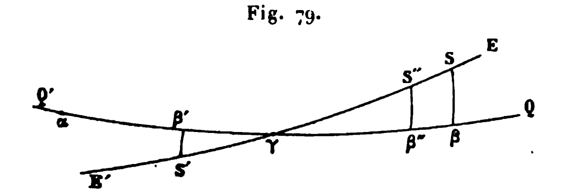
que la valeur exacte de l'obliquité ω. Voici comment se déterminent ces deux éléments :

1° *Détermination du point vernal.* — Soient QQ′ (*fig.* 79) l'équateur; EE′ l'écliptique; α le pied du plan horaire de l'étoile choisie pour origine provisoire des ascensions droites et γ le point vernal.

La position de ce point sur l'équateur de la sphère étoilée sera exactement connue si nous pouvons déterminer l'arc $\alpha\gamma$ que nous représenterons par $Æ_0$.

Pour cela, cherchons dans le registre d'observatoire deux observations méridiennes consécutives telles que la déclinaison D′ fournie par

Fig. 79.



la première soit sud, tandis que la déclinaison D″ fournie par la seconde soit nord. Soit Æ′ et Æ″ les ascensions droites provisoires correspondantes.

S′ et S″ étant les positions du Soleil sur l'écliptique au moment des deux observations, on voit que :

$$\alpha\beta' = Æ', \qquad \alpha\beta'' = Æ'', \qquad \beta'S' = D', \qquad \beta''S'' = D''.$$

Or, le mouvement du Soleil sur l'écliptique ne dépassant guère 1° par jour, les deux triangles sphériques rectangles $\beta'\gamma S'$ et $\beta''\gamma S''$ peuvent être considérés comme rectilignes. Comme ces triangles ont les angles en γ égaux, ils sont semblables, de sorte que l'on peut écrire

$$\frac{\beta'\gamma}{\beta'S'} = \frac{\gamma\beta''}{\beta''S''},$$

c'est-à-dire, d'après une propriété connue des proportions,

$$\frac{Æ_0 - Æ'}{D'} = \frac{Æ'' - Æ_0}{D''} = \frac{Æ'' - Æ'}{D' + D''}.$$

On en déduit :

$$Æ'_0 = Æ' + (Æ'' - Æ')\frac{D'}{D' + D''},$$

formule qui fait connaître la position du point γ.

En faisant un calcul analogue pour déterminer la position du

point γ', on vérifie que les points γ et γ' sont bien diamétralement opposés.

2° *Détermination de l'obliquité.* — Il résulte de ce que nous avons dit précédemment (**206**) que la déclinaison du Soleil est précisément égale à ω au moment du solstice d'été ou d'hiver.

On obtiendra donc l'obliquité de l'écliptique en observant la déclinaison maxima du Soleil au moment du solstice d'été par exemple : l'observation sera d'autant plus facile qu'à cet instant la déclinaison varie très lentement.

On peut encore procéder de la manière suivante : soient S (*fig.* 79) la position occupée par le Soleil sur l'écliptique au moment d'un de ses passages méridiens, $\alpha\beta = Æ$ son ascension droite provisoire, et $\beta S = D$ sa déclinaison.

Le triangle sphérique $S\gamma\beta$, rectangle en β, donne

$$\text{tang}\,\beta S = \sin\gamma\beta\,\text{tang}\,S\gamma\beta,$$

c'est-à-dire :

$$\text{tang}\,D = \sin(Æ - Æ_0)\,\text{tang}\,\omega.$$

On en déduit

$$\text{tang}\,\omega = \frac{\text{tang}\,D}{\sin(Æ - Æ_0)}.$$

En remplaçant D, $Æ$ et $Æ_0$ par leurs valeurs déduites de l'observation, on constate que $\omega = 23^\circ 27'$, environ.

208. *Régler la pendule sidérale.* — Nous avons déjà dit que les astronomes avaient convenu de faire marquer $0^h 00^m 00^s$ à la pendule sidérale d'un lieu au moment précis où le point vernal passait au méridien de ce lieu.

Si la pendule marchait comme le temps sidéral, son réglage ne présenterait plus maintenant la moindre difficulté : il suffirait, évidemment, pour avoir les heures sidérales exactes, de retrancher des heures marquées par la pendule (déjà réglée sur l'étoile origine) les $Æ_0$ heures calculées au paragraphe précédent.

Mais comme, malgré tout le soin apporté à leur construction, les horloges sidérales n'effectuent pas rigoureusement 86400 battements en un jour sidéral, comme en outre elles sont susceptibles de variations dues à l'épaississement des huiles, à l'usure des pièces et aux trépidations du sol, il est indispensable de pouvoir les régler très fréquemment.

Dans les observatoires ce réglage s'effectue chaque jour par les procédés suivants :

1° *Par les étoiles fondamentales.* — Au moment des équinoxes, lorsque le point vernal vient d'être déterminé (207, 1°) on a pris soin de calculer avec précision les ascensions droites d'un certain nombre d'étoiles remarquables, dites *étoiles fondamentales.* Considérons l'une d'elles : soient Æ son ascension droite, et H′ l'heure marquée par la pendule au moment où l'étoile passe au méridien.

L'heure sidérale exacte du passage étant, comme on le sait, égale à Æ, les différences Æ — H′, si la pendule retarde, ou H′ — Æ si elle avance, représenteront les corrections à faire subir aux heures lues sur la pendule pour en déduire les heures sidérales exactes.

2° *Par le Soleil.* — La méthode précédente, bien que très simple et très précise, a l'inconvénient de ne pouvoir être utilisée pendant le jour, puisque l'éclat du Soleil empêche d'apercevoir les étoiles.

Dans la journée on peut, néanmoins, régler la pendule sidérale par l'observation méridienne du Soleil, en opérant de la manière suivante :

Soient QQ′ (*fig.* 80) l'équateur, EE′ l'écliptique, γ le point vernal,

Fig. 80.

et S la position du Soleil sur l'écliptique un jour quelconque, au moment où il passe au méridien de l'observateur.

Le Soleil étant observé à l'aide du cercle mural, nous savons qu'on peut déduire de cette observation la valeur de la déclinaison $\beta S = D\odot$ à l'instant du passage.

Le triangle sphérique $\gamma S \beta$ est donc déterminé, puisque l'angle ω est connu et, par suite, on peut poser

$$\operatorname{tang} S\beta = \sin \gamma\beta \operatorname{tang} \omega,$$

relation d'où l'on déduit :

$$\sin \gamma\beta = \sin Æ\odot = \frac{\operatorname{tang} S\beta}{\operatorname{tang} \omega} = \frac{\operatorname{tang} D\odot}{\operatorname{tang} 23^\circ 27'}.$$

On voit donc que l'on peut, à l'aide de la formule précédente, calculer l'ascension droite du Soleil pour l'instant du passage méridien. Par conséquent, si H′ est l'heure marquée par la pendule au moment de la méridienne, les différences Æ☉ — H′ si la pendule retarde, ou H′ — Æ☉ si elle avance, indiqueront les corrections à faire subir aux heures lues sur la pendule pour avoir les heures exactes.

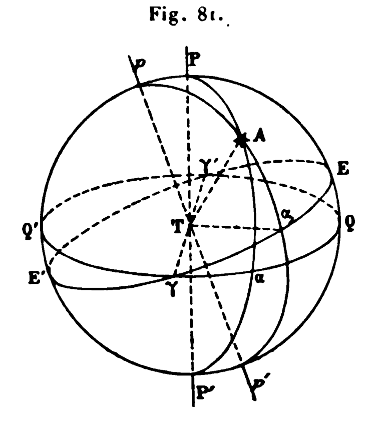
Coordonnées écliptiques.

209. Jusqu'ici nous avons vu que l'on déterminait la position d'un astre sur la sphère étoilée à l'aide de ses coordonnées équatoriales Æ et D.

On peut employer maintenant, pour faire cette détermination, les *coordonnées écliptiques*, c'est-à-dire deux nouvelles coordonnées obtenues en prenant pour repères l'écliptique et son axe.

210. *Coordonnées écliptiques.* — Soient PP′ l'axe du monde

Fig. 81.



(*fig.* 81), QQ′ l'équateur, EE′ l'écliptique et *pp′* l'axe de l'écliptique.

Tout grand cercle passant par les pôles *p* et *p′* s'appelle un *cercle de latitude* ou un *méridien écliptique;* on donne plus spécialement les noms de *colure des équinoxes* et de *colure des solstices* aux méridiens écliptiques qui passent par les points équinoxiaux et par les points solsticiaux. Ceci posé, les coordonnées écliptiques d'un astre sont : sa *latitude* et sa *longitude célestes*.

On appelle *latitude céleste* d'un astre A l'angle ATα_1 formé au

centre de la Terre par le rayon qui aboutit à l'astre et sa projection sur l'écliptique. Cet angle, qui se désigne habituellement par λ, est mesuré par l'arc α_1 A du cercle de latitude de l'astre A : on lui donne le nom *nord* ou *sud* selon que l'astre est situé du même côté que le pôle nord céleste P, par rapport à l'écliptique, ou du côté opposé.

On appelle *longitude céleste* de l'astre A et l'on désigne par $\mathcal{L}$, l'arc $\gamma\alpha_1$ d'écliptique compris entre le point vernal et le cercle de latitude $PA\alpha_1$ de l'astre : elle se compte de 0° à 360° en partant du point γ et dans le sens direct.

211. *Formules permettant de passer des coordonnées équatoriales aux coordonnées écliptiques.* — Les coordonnées écliptiques ne se mesurent pas directement : on les déduit des coordonnées équatoriales par le calcul.

La figure précédente nous montre, en effet, que les deux systèmes de coordonnées sont liés entre eux par le triangle sphérique PpA formé par le pôle céleste, le pôle écliptique et l'astre. Ce triangle a pour éléments

$$Pp = \omega, \qquad PA = 90^\circ - D, \qquad pA = 90^\circ - \lambda.$$
$$pPA = 90^\circ + \text{Æ}, \qquad PpA = 90^\circ - \mathcal{L}.$$

Or, ce triangle est déterminé dès que les coordonnées équatoriales Æ et D sont connues, puisque le côté pP l'est aussi.

On a donc, pour calculer γ, la relation

$$\cos pA = \cos pP \cos PA + \sin pP \sin PA \cos pPA,$$

c'est-à-dire, en remplaçant les quantités par leurs valeurs,

$$\sin\lambda = \sin D \cos\omega - \sin\omega \cos D \sin \text{Æ}.$$

Pour calculer $\mathcal{L}$ on remarquera que, les éléments p, pP, P et PA étant quatre éléments consécutifs, on a

$$\cos pPA \cos Pp = \cot PA \sin Pp - \cot PpA \sin pPA,$$

c'est-à-dire, en remplaçant les quantités par leurs valeurs

$$-\sin \text{Æ} \cos\omega = \operatorname{tang} D \sin\omega - \operatorname{tang}\mathcal{L} \cos \text{Æ},$$

relation d'où l'on déduit

$$\operatorname{tang}\mathcal{L} = \frac{\operatorname{tang} D \sin\omega + \sin \text{Æ} \cos\omega}{\cos \text{Æ}}.$$

Enfin, si l'on voulait une relation entre λ et $\mathcal{L}$, on remarquerait que l'on a :

$$\frac{\sin PpA}{\sin PA} = \frac{\sin pPA}{\sin pA},$$

ou, en remplaçant les quantités par leurs valeurs,

$$\frac{\cos \mathcal{L}}{\cos D} = \frac{\cos \mathrm{AR}}{\cos \lambda}.$$

212. *Remarque*. — Pour le Soleil, qui reste constamment sur l'écliptique, on a $\lambda = 0$. Quant à sa longitude, pour l'obtenir, on remarquera que, dans le triangle sphérique rectangle $S\gamma\beta$ (*fig*. 80), on a :

$$S\gamma = \mathcal{L}, \qquad \gamma\beta = \mathrm{AR}\odot, \qquad \beta S = D\odot.$$

On peut donc écrire

$$\cos\gamma S = \cos\beta S \cos\gamma\beta,$$

c'est-à-dire

$$\cos\mathcal{L} = \cos D\odot \cos \mathrm{AR}\odot.$$

On pourrait poser également, puisque l'angle ω est connu,

$$\operatorname{tang}\gamma\beta = \operatorname{tang}\gamma S \cos\omega,$$

c'est-à-dire

$$\operatorname{tang}\mathrm{AR}\odot = \operatorname{tang}\mathcal{L} \cos\omega,$$

et par suite

$$\operatorname{tang}\mathcal{L} = \frac{\operatorname{tang}\mathrm{AR}\odot}{\cos\omega}.$$

Précession des équinoxes.

213. Supposons qu'à diverses époques, très éloignées l'une de l'autre, on ait formé un Tableau des ascensions droites et des déclinaisons d'un certain nombre d'étoiles en ayant soin de déterminer, chaque fois, la position du point γ comme nous l'avons indiqué précédemment (**207**, 1°).

En comparant ces divers Tableaux on constate que les ascensions droites de toutes les étoiles ont augmenté, que les déclinaisons ont aussi varié, mais on ne voit pas immédiatement la loi de ces variations.

Mais, si l'on passe des coordonnées équatoriales aux coordonnées écliptiques, une loi très simple se manifeste aussitôt : les longitudes célestes de toutes les étoiles ont augmenté proportionnellement au

temps, à raison de $50'',2$ par période de $366^{j.\,sid.}242217$, tandis que leurs latitudes sont restées sensiblement les mêmes.

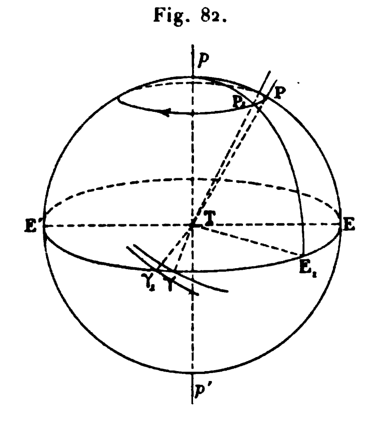
Les latitudes des étoiles ne variant pas, on doit nécessairement en conclure que le plan de l'écliptique conserve une direction invariable au milieu des étoiles.

Quant à l'égale variation des longitudes, pour l'expliquer logiquement, on est amené à admettre que le point γ, au lieu d'être fixe sur l'écliptique, se meut d'un mouvement uniforme sur ce grand cercle, dans le *sens rétrograde* (sens du mouvement diurne apparent), à raison de $50'',2$ par an.

C'est ce déplacement du point vernal sur l'écliptique qui a reçu le nom de *précession des équinoxes*.

214. *Mouvement de l'axe du monde autour de l'axe de l'elliptique.* — Soient EE' (*fig.* 82) l'écliptique, p son pôle et Tγ une position de la ligne des équinoxes que nous supposerons perpendiculaire au plan EpE' de la figure.

Fig. 82.



Il est clair que la ligne des pôles correspondante TP s'obtiendra en formant, dans le plan EpE', un angle pTP égal à $23°27'$, de telle sorte que le point P, vu de γ, soit à droite de p.

Si, par suite du mouvement de précession, le point γ a rétrogradé en γ_1, pour obtenir la nouvelle position TP_1 de l'axe du monde, il faudra mener le plan pTE_1 perpendiculaire à $T\gamma_1$ et, dans ce plan, former un angle pTP_1 égal à pTP, puisque nous savons que l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur reste invariable.

On voit donc que la rétrogradation du point vernal entraîne un déplacement circulaire très lent du pôle du monde autour du pôle de

l'écliptique, ce déplacement s'effectuant dans le sens de la flèche, c'est-à-dire dans le sens rétrograde.

Or, l'arc décrit par le point γ étant de $50'', 2$ par an, et l'écliptique renfermant $1\,296\,000''$, il en résulte que, pour que le point γ en fasse le tour complet, c'est-à-dire pour que le pôle P fasse un tour complet autour de p, il devra s'écouler $\frac{1\,296\,000}{50,2}$ ou $25816,7$ années tropiques, c'est-à-dire 26000 ans en chiffres ronds.

Comme l'observation montre, par ailleurs, que les latitudes géographiques restent rigoureusement invariables, il en résulte nécessairement que l'axe de rotation de la sphère étoilée perce toujours la surface de la Terre aux mêmes points : on peut donc dire, d'après cela, que l'axe de rotation de la Terre décrit en 26000 ans environ, autour de l'axe de l'écliptique, un cône de révolution dont l'angle au sommet est de $23°27'$.

La Mécanique céleste a permis de démontrer que le mouvement de précession était dû aux attractions que la Lune et le Soleil exercent sur le renflement équatorial de la Terre.

215. *Remarque.* — Il résulte de ce que nous venons de dire que, dans l'espace de 26000 ans environ, le pôle du monde décrit, autour du pôle de l'écliptique, un petit cercle dont le rayon sphérique est un arc de $23°27'$, et par suite, toutes les étoiles situées dans le voisinage de ce petit cercle deviendront successivement étoiles polaires.

L'étoile polaire actuelle, qui est maintenant à $1°13'$ du pôle nord, va s'en rapprocher jusqu'en 2605, et n'en sera plus distante à cette époque que de $26'$.

A partir de ce moment, la distance ira en augmentant jusqu'à $46°$ dans l'espace de 13000 ans, puis elle diminuera de nouveau et ainsi de suite.

Vers l'an 14000, ce sera une belle étoile, connue sous le nom de *Wéga* (α de la Lyre), qui sera l'étoile polaire.

II. — MOUVEMENT ELLIPTIQUE DU SOLEIL.

---

216. Dans le Paragraphe précédent nous n'avons tenu aucun compte de la distance du Soleil à la Terre : nous avons donc simplement prouvé que le Soleil se meut dans l'espace, sur une orbite

située tout entière dans un plan contenant le centre de la Terre, plan dont l'intersection avec la sphère étoilée est l'écliptique.

Il nous reste maintenant à déterminer la nature de la courbe décrite par le Soleil dans le plan de l'écliptique et la loi suivant laquelle il décrit cette trajectoire.

217. *Forme de l'orbite solaire.* — On sait que, si l'on désigne par r' le rayon du Soleil, par d son demi-diamètre central et par R sa distance au centre de la Terre, on a :

$$d = \frac{r'}{R \sin 1''}.$$

On en déduit :

$$R = \frac{r'}{d \sin 1''}.$$

Si d était constant, l'orbite du Soleil serait un cercle ayant la Terre pour centre ; mais il n'en est pas ainsi : l'observation directe du demi-diamètre, au moyen de l'héliomètre, montre que cet élément est maximum vers le 1er janvier et minimum vers le 1er juillet et que, dans l'intervalle, sa valeur varie d'une manière continue.

Par conséquent, la distance du Soleil à la Terre varie constamment : maxima vers le 1er juillet, elle diminue jusqu'au 1er janvier environ, augmente de nouveau jusque vers le 1er juillet suivant et ainsi de suite.

Pour déterminer la forme de la courbe décrite par le Soleil autour de la Terre, imaginons qu'on ait, à chaque passage méridien, déterminé le demi-diamètre central du Soleil.

Soient d_1, d_2, d_3, ... les demi-diamètres vrais ainsi obtenus et $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_3$, ... les longitudes célestes correspondantes.

En désignant par R_1, R_2, R_3, ..., les distances du Soleil à la Terre, au moment de ces passages méridiens, on aura :

$$R_1 = r' \frac{1}{d_1 \sin 1''}, \qquad R_2 = r' \frac{1}{d_2 \sin 1''}, \qquad R_3 = r' \frac{1}{d_3 \sin 1''}, \qquad \ldots,$$

formules qui permettront de calculer R_1, R_2, R_3, ... en fonction de r'.

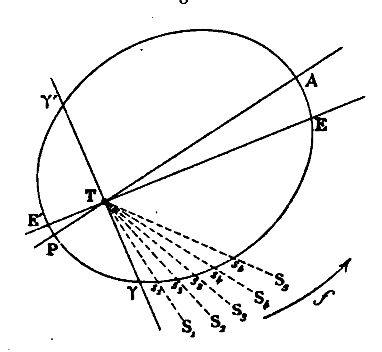
Ceci fait, prenons une feuille de papier : marquons-y un point T (*fig.* 83) figurant le centre de la Terre et traçons-y une droite Tγ représentant la ligne des équinoxes.

Si nous supposons que la feuille de papier soit le plan de l'écliptique vu du pôle écliptique nord, nous obtiendrons les directions dans

lesquelles se trouvait le Soleil à chacun de ses passages méridiens successifs, en portant dans le sens de la flèche, à partir de la droite $T\gamma$, des angles γTS_1, γTS_2, γTS_3, ... respectivement égaux aux longitudes $\mathcal{L}_1$, $\mathcal{L}_2$, $\mathcal{L}_3$.

Prenant alors une longueur arbitraire pour représenter le rayon inconnu du Soleil, nous pourrons porter sur chacune des directions TS_1, TS_2, TS_3, ... des longueurs Ts_1, Ts_2, Ts_3, ... proportionnelles

Fig. 83.



à R_1, R_2, R_3, ..., et il est clair qu'en réunissant par un trait continu les points s_1, s_2, s_3, ... nous obtiendrons une courbe semblable à celle que le Soleil décrit réellement dans le plan de l'écliptique.

En examinant avec soin la courbe ainsi obtenue, on reconnaît que l'*orbite solaire est une ellipse dont la Terre est un foyer* et dont l'excentricité est très faible, de sorte que l'orbite solaire diffère peu, somme toute, d'une circonférence.

On constate en outre que *le grand axe* AP *de cette ellipse forme un angle de* 11°08′ *environ avec la ligne des solstices* EE′.

Le point A qui correspond à la distance maxima du Soleil est l'*apogée;* le point P qui correspond à la distance minima est le *périgée*. La droite ATP qui joint ces deux points s'appelle la *ligne des apsides*.

218. *Mouvement du Soleil sur son orbite : loi des aires.* — Si l'on évalue les aires balayées par le rayon vecteur du Soleil pendant des intervalles de temps égaux, on reconnaît que ces aires sont équivalentes. On peut donc dire que :

Les aires décrites par le rayon vecteur du Soleil, dans son

mouvement sur son orbite, sont proportionnelles aux temps employés à les parcourir.

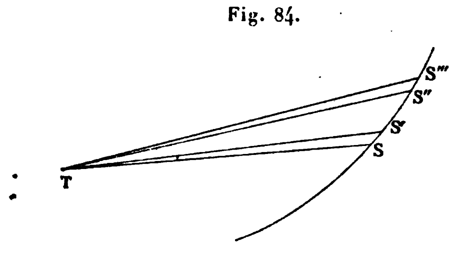
C'est là la *loi des aires,* découverte par Képler.

219. *Vitesse angulaire du Soleil.* — On appelle *vitesse angulaire* du Soleil sur son orbite, l'angle balayé par le rayon vecteur en une seconde de temps sidéral.

Soient SS′ et S″S‴ (*fig.* 84) les arcs parcourus par le Soleil sur son orbite en une seconde à deux époques quelconques t et t'.

Les arcs SS′ et S″S‴ étant extrêmement petits puisque le mouvement

Fig. 84.



angulaire du Soleil en un jour sidéral est d'environ 1°, il en résulte que les secteurs elliptiques STS′ et S″TS‴ peuvent, sans erreur appréciable, être considérés comme des secteurs circulaires ayant T pour centre, $R = TS$ et $R' = TS''$ pour rayons. On a donc

$$\text{aire STS}' = \frac{\pi R^2 \omega}{360}, \qquad \text{aire S}''\text{T S}''' = \frac{\pi R'^2 \omega'}{360},$$

ω et ω' étant les vitesses angulaires aux époques t et t'. Ces deux aires étant équivalentes (**218**), il en résulte que

$$\omega R^2 = \omega' R'^2,$$

ou encore

$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{R'^2}{R^2}.$$

Ainsi donc : *les vitesses angulaires du Soleil sur son orbite, à deux époques quelconques, sont inversement proportionnelles aux rayons vecteurs correspondants.*

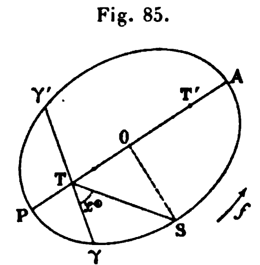
220. *Remarque.* — Il résulte de la loi précédente que la vitesse angulaire est maxima quand cet astre passe au périgée et minima quand il passe à l'apogée; que cette vitesse va constamment en

décroissant lorsque le Soleil va du périgée à l'apogée et constamment en croissant lorsqu'il va de l'apogée au périgée.

221. *Détermination des éléments de l'orbite solaire.* — Soient T (*fig.* 85) le centre de la Terre, $P\gamma A\gamma'$ l'orbite solaire, PA la ligne des apsides, $\gamma\gamma'$ celle des équinoxes et O le centre de l'ellipse, c'est-à-dire le milieu de AP.

Pour que l'orbite solaire soit complètement déterminée il suffit évidemment de connaître : son *grand axe* PA que nous désignerons par $2a$; son *excentricité,* c'est-à-dire le rapport de OT à OP, rapport

Fig. 85.



que nous désignerons par e; la *longitude du périgée,* c'est-à-dire l'angle que décrirait une demi-droite mobile pour aller de $T\gamma$ sur TP en tournant dans le sens de la flèche f (sens direct).

1° *Détermination du grand axe.* — On voit sur la figure que

$$2a = TA + TP,$$

TA et TP étant les distances du Soleil à la Terre lorsqu'il est à l'apogée et au périgée, c'est-à-dire lorsque le demi-diamètre est minimum et maximum. Or, si nous représentons par d_A et d_P ces deux demi-diamètres, on sait que :

$$d_A = \frac{r'}{TA \sin 1''} \qquad d_P = \frac{r'}{TP \sin 1''},$$

r' désignant le rayon du Soleil. On en déduit :

$$TA = \frac{r'}{d_A \sin 1''} \qquad TP = \frac{r'}{d_P \sin 1''}.$$

Or, il résulte des observations directes, faites au moyen de l'héliomètre, que

$$d_A = 15'46'' = 946'', \qquad d_P = 16'18'' = 978'',$$

et comme $\sin 1'' = \frac{1}{206\,265}$ on a :

$$TA = \frac{r'}{946 \times \frac{1}{206\,265}} = \frac{206\,265\,r'}{946} = 218{,}03\,r'$$

et

$$TP = \frac{r'}{978 \times \frac{1}{206\,265}} = \frac{206\,265\,r'}{978} = 210{,}90\,r'.$$

On en déduit

$$2a = TA + TP = 428{,}93\,r'.$$

Dans cette formule r' est inconnu mais il est aisé d'en déterminer la valeur : en effet, par des procédés que nous ne pouvons expliquer dans ce Cours, on a pu déterminer avec précision la parallaxe horizontale π du Soleil et déduire, des mesures faites au même instant à l'aide de l'héliomètre, la valeur du demi-diamètre central d.

R représentant la distance à laquelle se trouvait le Soleil au moment de l'observation on peut alors écrire :

$$\pi = \frac{r}{R \sin 1''}, \qquad d = \frac{r'}{R \sin 1''}.$$

Formant le rapport de ces deux expressions on en déduit

$$r' = \frac{d}{\pi} r.$$

En remplaçant dans cette expression d et π par les valeurs trouvées on a obtenu

$$r' = 109{,}17\,r.$$

On a donc finalement

$$2a = 428{,}93 \times 109{,}17\,r = 46\,826{,}2881\,r,$$

ou, en chiffres ronds,

$$2a = 47\,000\,r,$$

c'est-à-dire 300 millions de kilomètres environ.

2° *Détermination de l'excentricité.* — Par définition, on a

$$e = \frac{OT}{OP}.$$

Or, T' étant le second foyer de l'orbite solaire, on a :

$$OT = \frac{1}{2} TT' = \frac{1}{2}(AP - 2TP) = \frac{1}{2}(TA - TP),$$

et comme

$$OP = \frac{1}{2} AP = \frac{1}{2}(TA + TP),$$

il en résulte que

$$e = \frac{TA - TP}{TA + TP},$$

ou encore, en remplaçant TA et TP par leurs valeurs,

$$e = \frac{d_P - d_A}{d_P + d_A}.$$

Or les termes de ce rapport ont pour valeurs :

$$d \;- d_A = 978'' - 946'' = \;\;32'',$$
$$d_P + d_A = 978'' + 946'' = 1924''.$$

On a donc

$$e = \frac{32}{1924} = \frac{1}{\frac{1924}{32}} = \frac{1}{60,125},$$

ou, très sensiblement,

$$e = \frac{1}{60}.$$

OT n'étant que la soixantième partie de OP, il en résulte que l'orbite solaire diffère très peu d'une circonférence.

3° *Détermination de la longitude du périgée.* — On démontre en Géométrie que si l'on joint le point T au point S, extrémité du *petit axe* OS, on a $TS = a$.

Comme on a déterminé chaque jour, à l'aide de l'héliomètre, le demi-diamètre du Soleil on peut, connaissant la valeur du rayon solaire r', calculer jour par jour la distance du Soleil à la Terre.

On peut donc aussi, par interpolation, calculer l'instant précis où cette distance est égale à a ainsi que la longitude correspondante $\mathcal{L}\odot = \gamma TS$.

Ceci posé, le triangle rectangle OTS donne :

$$OT = TS \cos STO.$$

On en déduit

$$\cos STO = \frac{OT}{TS} = \frac{OT}{OP} = e,$$

relation qui permet de calculer l'angle STO.

On voit donc, sur la figure, que

$$\mathcal{L}_{\text{périgée}} = \mathcal{L}\odot + STO + 180°.$$

En calculant ainsi la longitude du périgée, on a trouvé environ 281°08′.

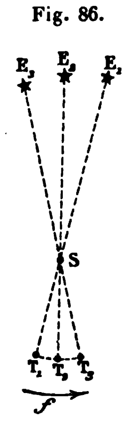
222. *Remarque.* — La longitude du périgée n'est pas invariable : on constate en effet qu'elle augmente de 61″,9 par année tropique, et comme, dans le même laps de temps, le point vernal rétrograde sur l'écliptique de 50″,2, il en résulte que *le périgée avance annuellement de* 11″,7 *dans le sens direct.*

223. *Mouvement réel de la Terre autour du Soleil.* — Il résulte de tout ce que nous venons de voir que le Soleil paraît décrire, dans le sens direct, une ellipse dont la Terre occuperait un des foyers. Mais ce n'est là qu'une illusion : la Mécanique céleste, en se basant sur la loi de la gravitation universelle découverte par Newton, loi dont les conséquences se sont toujours trouvées vérifiées jusque dans leurs moindres détails, prouve en effet que c'est la Terre qui tourne autour du Soleil dans le sens direct.

Il est donc nécessaire de montrer que le mouvement de la Terre autour du Soleil explique parfaitement toutes les particularités du mouvement annuel apparent du Soleil. En effet :

1° *La translation apparente du Soleil autour de la Terre est*

Fig. 86.



une conséquence de la translation réelle de la Terre autour du Soleil. — Imaginons en effet que le Soleil soit fixe en S (*fig.* 86) et que la Terre tourne autour de lui dans le sens de la flèche, en occupant successivement les positions T_1, T_2, T_3, ...

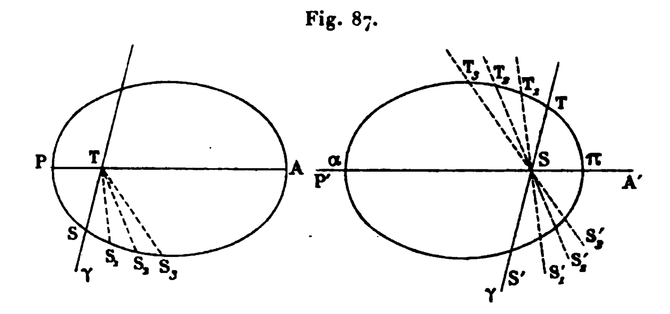
Lorsque la Terre occupe les positions T_1, T_2, T_3, ... un observateur placé au centre du globe voit donc le Soleil se projeter successivement sur les étoiles E_1, E_2, E_3, ...

Par conséquent, par suite du déplacement de la Terre autour du Soleil, dans le sens direct, le Soleil aura bien paru, ainsi que l'indiquent les apparences, se déplacer autour de la Terre dans le sens $E_1 E_2 E_3$..., c'est-à-dire dans le sens direct.

Il faut remarquer d'ailleurs que le déplacement angulaire apparent du Soleil est exactement le même que le déplacement angulaire correspondant de la Terre, puisque les angles $T_1 S T_2$, $T_2 S T_3$, ... sont respectivement égaux aux angles $E_1 S E_2$, $E_2 S E_3$, ...

2° *La trajectoire réelle décrite par la Terre autour du Soleil est identique, comme forme et dimensions, à la trajectoire apparente du Soleil autour de la Terre.* — Pour le montrer, considérons la trajectoire AP (*fig.* 87) décrite par le Soleil dans son mouve-

Fig. 87.



ment apparent autour de la Terre et soient $TS\gamma$ la direction dans laquelle on aperçoit le Soleil au moment de l'équinoxe de printemps; S_1, S_2, S_3, ... un certain nombre de positions occupées par cet astre sur son orbite. Par un point fixe S pris dans le plan de la figure et représentant le Soleil immobile, menons des droites $S\gamma$, SS'_1, SS'_2. SS'_3, ... respectivement parallèles à $T\gamma$, TS_1, TS_2, ...

Il résulte de ce que nous venons de dire qu'aux moments où l'on apercevait le Soleil dans les directions S', S'_1, S'_2, ... la Terre se trouvait en réalité en des points T, T_1, T_2, T_3, ... tels que l'on ait

$$ST = TS, \qquad ST_1 = TS_1, \qquad ST_2 = TS_2, \qquad \ldots.$$

On obtiendra donc la trajectoire de la Terre autour du Soleil en réunissant les points T, T_1, T_2, ... par un trait continu et il résulte des constructions que nous venons d'effectuer que la courbe $\pi\alpha$ ainsi

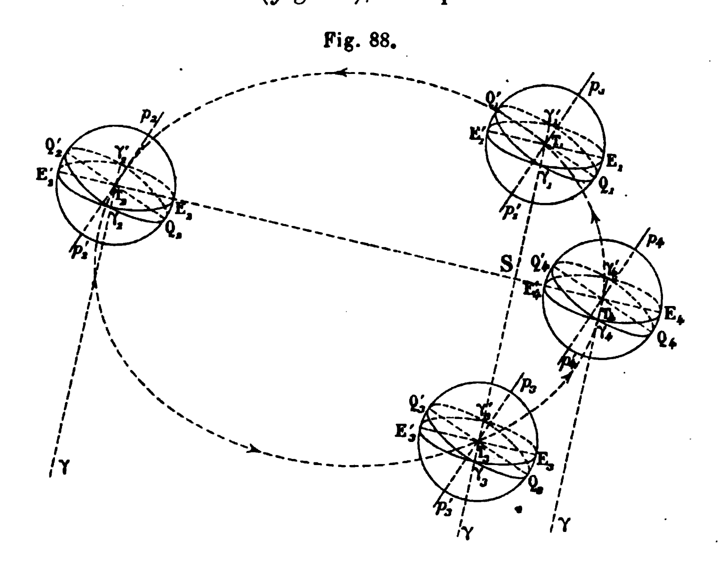
obtenue n'est autre chose que l'ellipse AP dont le grand axe a effectué une rotation de 180°.

Il est d'ailleurs évident que le mouvement de la Terre sur son orbite est réglé par la loi des aires, puisqu'un secteur quelconque, tel que STS, est égal au secteur correspondant TST_1.

Le grand axe $\alpha\pi$ de l'ellipse décrite par la Terre autour du Soleil s'appelle encore la *ligne des apsides;* le point π où se trouve la Terre quand elle est à sa distance minima du Soleil s'appelle le ***périhélie;*** le point opposé α qui correspond à la distance maxima s'appelle l'***aphélie.***

3° ***Enfin le mouvement de translation de la Terre autour du Soleil explique aussi les variations de la déclinaison de cet astre.*** — Imaginons en effet que la Terre entraîne avec elle, dans son mouvement autour du Soleil S (*fig.* 88), une sphère étoilée de dimensions

Fig. 88.



réduites. Puisque la sphère étoilée reste identique à elle-même, il en résulte que l'on doit regarder les dimensions de l'orbite terrestre comme infiniment petites vis-à-vis des distances des étoiles et de plus, que la sphère étoilée réduite reste, pendant son mouvement, toujours orientée de la même manière.

Si donc T_1 est la position de la Terre au moment de l'équinoxe de printemps et $T_1\gamma_1$ la direction du point γ, lorsque la Terre sera en T_2, T_3, T_4, les droites $T_2\gamma_2$, $T_3\gamma_3$, $T_4\gamma_4$, intersections des plans de l'écliptique et de l'équateur, seront toutes parallèles à $T_1\gamma_1$ $S\gamma$.

Or p, étant le pôle nord, lorsque la Terre occupera la position T_1, le Soleil sera vu dans la direction $T_1\gamma_1$ et par suite sa déclinaison paraîtra nulle.

En T_2, quand le déplacement angulaire de la Terre sera de 90°, le Soleil paraîtra ainsi avoir parcouru 90° en longitude : il sera donc vu en E_2, dans le plan de l'écliptique $E_2E'_2$ et par suite sa déclinaison Q_2E_2 sera boréale et égale à 23°27′.

En T_3, lorsque le Soleil paraîtra se trouver à l'équinoxe d'automne, sa déclinaison sera de nouveau nulle.

Enfin en T_4, le Soleil étant vu suivant la direction T_4S, sa déclinaison $Q'_4E'_4$ qui mesurera l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur sera australe et égale à 23°27′.

De tout ce que nous venons de dire il résulte donc bien qu'il y a accord parfait entre le mouvement elliptique de la Terre, démontré par le calcul, et les faits d'observation.

224. *Remarque I.* — On voit, en résumé, que le globe terrestre est animé simultanément d'un triple mouvement : un mouvement de rotation, un mouvement de translation et un mouvement conique de son axe.

Une toupie bien lancée nous donne une image parfaite du mouvement de la Terre : la toupie tourne en effet autour d'un axe joignant la pointe à la queue (mouvement diurne); en même temps la pointe de la toupie décrit une courbe sur le sol (mouvement de translation); enfin son axe a un mouvement conique très lent que chacun a pu constater (mouvement de précession).

225. *Remarque II.* — Bien que la Terre tourne autour du Soleil nous continuerons, pour la commodité du langage et des explications, à dire que c'est le Soleil qui se meut dans le plan de l'écliptique.

Il ne pourra résulter de là aucun inconvénient, puisque nous venons de voir que les résultats sont les mêmes, que l'on raisonne sur le mouvement apparent ou sur le mouvement réel. Cette manière de faire aura l'immense avantage de mettre notre langage en harmonie avec le témoignage de nos sens.

III. — FORME ET DIMENSIONS DU SOLEIL. PHÉNOMÈNES DIVERS.

226. *Forme du Soleil.* — Imaginons que le réticule d'une lunette astronomique soit formé de deux fils parallèles qu'une vis micrométrique permet de rapprocher ou d'éloigner à volonté l'un de l'autre.

Si, à l'aide de cet instrument, nous visons le Soleil lorsqu'il est dans le voisinage du méridien supérieur, afin que sa forme soit altérée le moins possible par la réfraction astronomique, en manœuvrant convenablement les fils mobiles du réticule, nous pourrons les amener à tangenter les bords du disque.

En faisant tourner la lunette autour de son axe optique tout en continuant à viser le Soleil, et sans toucher à la vis micrométrique, on constate que les bords du disque de cet astre restent constamment tangents aux fils du réticule : il en résulte que le diamètre du disque solaire est constant, ce qui prouve que ce disque est un cercle.

Le Soleil se présentant à nous sous la forme d'un disque circulaire il en résulte nécessairement que cet astre doit avoir la forme sphérique.

227. *Rayon, surface, volume.* — Nous avons vu (**221**, 1°) que

$$r' = 109{,}17\,r,$$

r' désignant le rayon du Soleil et r celui de la Terre. On en déduit :

$$\frac{r'}{r} = 109{,}17.$$

Si donc nous désignons par S et V la surface et le volume du Soleil, par s et v la surface et le volume de la Terre, on a :

$$\frac{S}{s} = \frac{r'^2}{r^2} = (109{,}17)^2 \qquad \text{d'où} \qquad S = (109{,}17)^2 s$$

et

$$\frac{V}{v} = \frac{r'^3}{r^3} = (109{,}17)^3 \qquad \text{d'où} \qquad V = (109{,}17)^3 v.$$

228. *Taches du Soleil. Constitution physique et chimique.* — Si l'on examine le Soleil avec une lunette puissante dont l'oculaire a été muni de verres colorés afin d'affaiblir l'éclat de son disque, on

aperçoit à sa surface des taches noires de formes irrégulières. Ces taches ne sont pas immobiles sur le disque, mais se déplacent d'un jour à l'autre dans le sens direct, c'est-à-dire du bord oriental vers le bord occidental, tout en conservant leurs positions relatives.

Des observations minutieuses ont prouvé que ces taches décrivent toutes, sur le globe solaire, des cercles dont les plans sont parallèles entre eux et très peu inclinés (7° environ) sur le plan de l'écliptique. On en conclut que le Soleil tourne uniformément sur lui-même, dans le sens direct, autour d'un axe incliné de 83° environ sur le plan de l'écliptique.

Cette conclusion est d'ailleurs confirmée par ce fait que certaines taches, après avoir disparu sur le bord occidental du Soleil, viennent, après un intervalle de temps constant, se montrer de nouveau sur le bord oriental.

Les taches solaires n'ont qu'une durée éphémère variant de 2 jours à 3 mois; leur nombre est très variable.

En suivant attentivement les changements de forme et de position des taches solaires, on a reconnu que ces taches étaient des cavités en forme d'entonnoir, permettant d'apercevoir la masse intérieure du globe solaire, dont l'éclat est beaucoup moindre que celui de la surface extérieure, à laquelle on a donné le nom de *photosphère*.

Pendant les éclipses de Soleil, phénomène que nous étudierons plus tard, il arrive parfois que le disque solaire soit entièrement recouvert par celui de la Lune : on aperçoit alors de longues flammes roses qui, partant de la surface du Soleil, s'élèvent à des hauteurs considérables, représentant jusqu'à vingt fois le rayon terrestre. Ces flammes font partie d'une couche lumineuse rose qui enveloppe le Soleil et que l'on appelle *chromosphère*. La chromosphère forme en certains endroits des protubérances; elle est traversée par de nombreuses flammes blanches, de formes bizarres, qui s'étendent très loin et forment ce que l'on appelle la *couronne*.

L'Analyse spectrale (voir un Cours de Physique) a permis de constater que le Soleil contient une foule de substances chimiques terrestres dont les vapeurs se trouvent à sa surface : fer, hydrogène, sodium, calcium, magnésium, etc.

Il est donc vraisemblable, d'après tout ce que nous venons de dire, que le Soleil est formé d'un noyau central incandescent, fluide ou pâteux, entouré des vapeurs de toutes les matières susceptibles d'être volatilisées par la température du noyau central : c'est ce que l'on admet généralement aujourd'hui.

229. *Rotation du Soleil.* — Si l'on détermine l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs d'une même tache au même point du disque solaire, on trouve que la durée de la rotation du Soleil sur son axe est de $27^{\text{j. sid.}}$ environ.

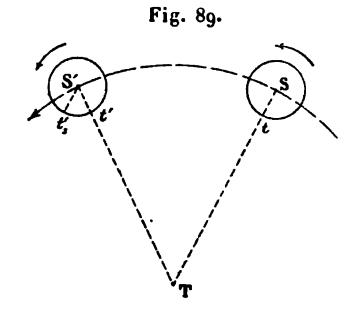
Il est facile de voir que ce n'est là que la durée apparente de la rotation du Soleil.

Soient en effet T (*fig.* 89) le centre de la Terre et S une position du Soleil au moment où l'on aperçoit la tache t exactement au centre du disque.

Lorsque l'on apercevra de nouveau cette même tache au centre, le Soleil se sera déplacé dans le sens direct et sera vu en S′ tandis que la tache t sera en t'.

Par le point S′ menons $S't'_1$ parallèle à St et de même sens : t'_1 sera évidemment la position de la tache sur le globe solaire lorsqu'elle aura effectué une rotation complète autour de l'axe du Soleil que

Fig. 89.



nous supposerons, pour plus de simplicité, perpendiculaire au plan de l'écliptique.

Le mouvement de rotation du Soleil devant nécessairement être uniforme, d'après les lois de la Mécanique, si nous désignons par x la durée réelle d'une révolution solaire, on devra avoir :

$$\frac{x}{27} = \frac{360}{360 + t'S't'_1} = \frac{360}{360 + STS'}.$$

Or, si nous admettons que le mouvement angulaire du Soleil autour de la Terre soit uniforme, ce qui est à peu près exact, il est facile de calculer l'angle STS′.

En effet, puisque le Soleil met $366^{\text{j. sid.}},24$ (**205**) pour tourner de 360° autour de la Terre, en $1^{\text{j. sid.}}$ il tourne de $\frac{360}{366,24}$ et en $27^{\text{j. sid.}}$ de $\frac{360 \times 27}{366,24}$.

On a donc :

$$x = 27 \times \frac{360}{360 + \frac{360 \times 27}{366,24}}.$$

On trouve ainsi $25^{\text{j. sid.}}$ en chiffres ronds.

230. *Crépuscule.* — Nous avons déjà dit, en étudiant l'atmosphère terrestre, que l'aurore et le crépuscule étaient dus à l'éclairement des régions supérieures de l'atmosphère, par les rayons émanés du Soleil, lorsque cet astre se trouve à moins de 18° au-dessous de l'horizon.

La durée du crépuscule ou de l'aurore dépend de la latitude du lieu où on l'observe et de la déclinaison du Soleil.

Soient en effet HH′ (*fig.* 90) l'horizon d'un lieu dont le zénith est en Z. Le mouvement en déclinaison du Soleil n'atteignant jamais 30′ par jour, on peut, sans erreur appréciable, regarder la trajectoire du

Fig. 90.

Soleil sur la sphère céleste, un jour donné, comme étant un petit cercle SS′ ayant P et P′ comme pôles.

Si donc L est le point où se lève le Soleil, l'aurore commencera lorsque le Soleil sera en S_1, à 18° au-dessous de l'horizon.

Le point O étant le centre du parallèle diurne SS′, la durée de l'aurore sera évidemment l'angle S_1OL exprimé en heures, minutes et secondes. Or, la grandeur de cet angle dépend évidemment de l'inclinaison du parallèle SS′ sur l'horizon, c'est-à-dire de ZP qui est la colatitude du lieu Z et aussi de la déclinaison du Soleil qui est représentée par QS.

Il est clair d'ailleurs que, pour une même époque, l'aurore et le crépuscule seront d'autant plus longs que la colatitude ZP sera plus petite, c'est-à-dire la latitude plus grande.

C'est ce qui explique pourquoi, dans les régions qui avoisinent l'équateur, la nuit et le jour se succèdent très rapidement tandis que, par des latitudes plus élevées, le crépuscule et l'aurore durent très longtemps.

Enfin, si la latitude est assez grande pour que le parallèle diurne du Soleil n'ait aucun de ses points à plus de 18° au-dessous de l'horizon, le crépuscule dure toute la nuit.

Cherchons quelle relation doit exister entre la latitude L d'un lieu et la déclinaison D du Soleil, pour que ce phénomène puisse se produire.

La hauteur négative maxima du Soleil étant HS, il est clair qu'il y aura crépuscule toute la nuit si l'on a

$$HS \leqq 18°.$$

Or, on voit sur la figure que

$$HS = HQ - QS = 90° - L - D,$$

de sorte que la condition de perpétuelle illumination du lieu Z est

$$90° - L - D \leqq 18°,$$

ou encore

$$D + L \geqq 72°.$$

A Paris cette condition se trouve réalisée du 12 au 30 juin environ.

231. *Saisons*. — Les équinoxes et les solstices partagent l'écliptique en quatre parties égales parcourues par le Soleil dans des intervalles de temps inégaux que l'on appelle *saisons :*

1° Le *printemps* est la saison pendant laquelle le Soleil parcourt l'arc γE (*fig.* 78) d'écliptique. Pendant cette saison la déclinaison du Soleil varie de 0° à 23°27′ Nord et son ascension droite de 0^h à 6^h. Le printemps commence, chaque année, vers le 20 mars.

2° L'*été* est la saison pendant laquelle le Soleil parcourt l'arc $E\gamma'$. Pendant cette saison sa déclinaison varie de 23°27′ Nord à 0° et son ascension droite de 6^h à 12^h. L'été commence, chaque année, vers le 21 juin;

3° L'*automne* est la saison pendant laquelle le Soleil parcourt l'arc $\gamma' E'$: sa déclinaison varie pendant ce temps de 0° à 23°27′ Sud et son ascension droite de 12^h à 18^h. L'automne commence, chaque année, vers le 22 septembre.

4° L'*hiver* est la saison pendant laquelle le Soleil parcourt l'arc $E'\gamma$.

Pendant cette saison, sa déclinaison varie de 23°27′ Sud à 0° et son ascension droite de 18^h à 24^h. L'hiver commence, chaque année, vers le 21 décembre.

232. *Déterminer le commencement des différentes saisons.* — Pour calculer l'instant où commence une saison, il suffit de chercher, par interpolation, l'époque à laquelle l'ascension droite du Soleil, calculée à l'avance à l'aide des formules de la Mécanique céleste, passe par l'une des valeurs 0^h, 6^h, 12^h ou 18^h.

Proposons-nous, par exemple, de déterminer l'instant du commencement du printemps.

Cherchons pour cela, dans un Recueil astronomique, deux ascensions droites consécutives du Soleil : l'une, Æ′, moindre que 24^h; l'autre, Æ″, plus grande que 0^h, et soient h' et h'' les heures correspondantes. En désignant par h l'heure qui correspond au commencement du printemps, c'est-à-dire à l'instant où l'ascension droite est juste égale à 24^h, nous dirons :

Pour que l'ascension droite varie de (Æ″ — Æ′) secondes, il s'écoule un intervalle de temps égal à $(h''-h')$ heures. Pour que l'ascension droite varie de 1 seconde, il faudra donc qu'il s'écoule un intervalle égal à $\frac{h''-h'}{Æ''-Æ'}$, et, par suite, pour que cette ascension droite varie de (24 — Æ′) secondes, il faudra un nombre d'heures égal à :

$$\frac{h''-h'}{Æ''-Æ'}(24-Æ').$$

On peut donc écrire :

$$h=h'+\frac{h''-h'}{Æ''-Æ'}(24-Æ').$$

Le raisonnement serait absolument le même s'il s'agissait de calculer le commencement de l'été, de l'automne ou de l'hiver.

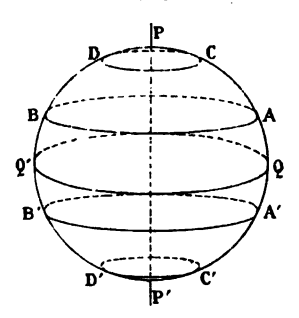
233. *Cause de l'inégalité des saisons.* — Si nous nous reportons à la figure 83, on voit que, d'après la loi des aires, les durées du printemps, de l'été, de l'automne et de l'hiver sont proportionnelles aux aires des secteurs elliptiques γTE, ETγ', γ'TE′, E′Tγ.

Or, ces aires sont inégales : d'abord parce que le point T n'est pas le centre, mais le foyer de l'ellipse décrite par le Soleil, ensuite, parce que le grand axe AP de cette ellipse est incliné sur la ligne des solstices EE′.

L'examen de la figure montre que la saison la plus longue est l'été; ensuite vient le printemps, puis l'automne, et enfin l'hiver. Actuellement, les durées réunies du printemps et de l'été surpassent d'environ 8 jours celles de l'automne et de l'hiver.

234. *Zones terrestres.* — Si l'on suppose que l'on trace sur le globe terrestre deux petits cercles AB et A'B' (*fig.* 91) correspondant aux latitudes de 23°27' et appelés *tropiques*, ainsi que deux autres

Fig. 91.



cercles CD et C'D' correspondant aux latitudes de 66°33' et appelés *cercles polaires*, on décompose la surface de la Terre en cinq zones :

1° Les deux zones PDC et P'D'C' qui renferment les pôles P et P' s'appellent : l'une, la *zone glaciale arctique;* l'autre, la *zone glaciale antarctique;*

2° Les deux zones ABCD et A'B'C'D', comprises entre les cercles polaires et les tropiques, ont reçu le nom de *zones tempérées;*

3° Enfin, la zone ABA'B', comprise entre les deux tropiques, s'appelle la *zone torride.*

Les noms de ces diverses régions terrestres ont pour but de rappeler les particularités qu'elles présentent au point de vue de la température.

235. *Zodiaque.* — Les Anciens avaient donné le nom de *zodiaque* à une zone de la sphère étoilée embrassant 8°, de part et d'autre de l'écliptique et partagée, dans le sens de ce grand cercle, en douze parties égales appelées *signes du zodiaque.*

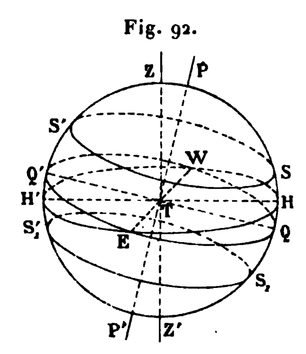
Par suite de son mouvement autour de la Terre, le Soleil semble parcourir successivement les douze signes du zodiaque; mais, à cause

de la rétrogradation du point vernal, le commencement d'une même saison ne ramène pas le Soleil dans la même position par rapport aux étoiles renfermées dans le zodiaque.

236. *Variations du jour et de la nuit aux différentes époques et dans les divers lieux de la Terre.* — Un observateur peut occuper différentes positions sur le globe :

1° Supposons-le, tout d'abord, dans la zone glaciale : sa latitude est donc plus grande que 66°33′, de sorte que si HH′ et QQ′ (*fig.* 92) représentent l'horizon et l'équateur, on a $QH < 23°27'$.

Fig. 92.



Menons les parallèles diurnes SS′ et $S_1 S'_1$ correspondant aux déclinaisons maxima N et S du Soleil.

Tant que la déclinaison sud du Soleil sera supérieure à Q′H′, c'est-à-dire à la colatitude, le Soleil sera constamment au-dessous de l'horizon et, par suite, il y aura nuit continuelle. Dès que la déclinaison du Soleil atteindra la valeur Q′H′, il y aura alternative de jour et de nuit, et les jours, d'abord plus courts que les nuits, deviendront de plus en plus longs. Le 21 mars, le Soleil décrivant l'équateur, le jour sera égal à la nuit. Enfin, depuis le commencement du printemps jusqu'au moment où la déclinaison nord du Soleil sera moindre que QH, c'est-à-dire que la colatitude, le jour sera plus long que la nuit. Enfin, la déclinaison du Soleil atteignant et dépassant la valeur de la colatitude, le Soleil deviendra circumpolaire et il y aura jour continuel.

2° Si l'observateur se trouve dans la zone tempérée, c'est-à-dire si sa latitude est comprise entre 23°27′ et 66°33′, il est clair que l'horizon de l'observateur rencontrera constamment les trajectoires diurnes du Soleil, de sorte qu'il y aura constamment alternatives de jour et de nuit.

En se reportant à la figure 93 ci-dessous, on voit sans peine que, tant que la déclinaison du Soleil est sud, le jour est plus court que la nuit; il est égal à la nuit le jour de l'équinoxe de printemps et d'automne; enfin, il est plus long que la nuit lorsque la déclinaison du Soleil est nord. On voit aussi que, dans la zone tempérée nord, le Soleil passe constamment au méridien dans la partie que l'on a devant soi lorsque l'on fait face au sud.

La hauteur méridienne maxima H'Q'S' que pourra avoir le

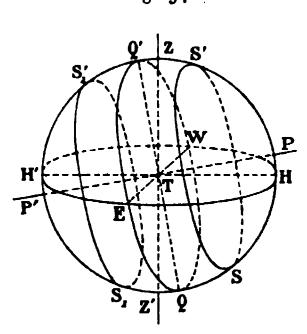
Fig. 93.

Soleil sera atteinte au moment du solstice d'été; la hauteur méridienne minima H'S', au moment du solstice d'hiver.

3° Enfin, si l'observateur se trouve dans la zone torride, c'est-à-dire si sa latitude est moindre que 23°27', il y aura encore constamment alternative de jour et de nuit.

En se reportant à la figure 94, on voit aisément que, tant que la

Fig. 94.



déclinaison est sud, et la déclinaison nord moindre que la latitude, le Soleil passe au méridien dans la partie que l'on a devant soi quand on fait face au sud.

Le jour où la déclinaison égale la latitude, le Soleil vient passer au méridien au zénith du lieu.

Enfin, les jours suivants, le Soleil passera au méridien dans la partie que l'on a devant soi en faisant face au Nord, jusqu'à ce que la déclinaison, après avoir atteint sa valeur maxima, redevienne égale à la latitude.

237. *Variation de la température de la surface terrestre suivant les saisons.* — La quantité de chaleur que reçoit chaque jour un lieu déterminé est très variable : elle dépend évidemment de la durée du jour et de l'angle d'incidence des rayons solaires en ce lieu, c'est-à-dire de la hauteur méridienne du Soleil.

1° Dans la zone tempérée nord, par exemple, la hauteur méridienne du Soleil et la durée du jour augmentent simultanément depuis le solstice d'hiver jusqu'au solstice d'été : la quantité de chaleur reçue quotidiennement dans ce lieu va donc en augmentant continuellement pendant toute cette période. Du solstice d'été au solstice d'hiver, au contraire, la hauteur méridienne du Soleil et la durée du jour diminuent continuellement, de sorte que la quantité de chaleur reçue journellement diminue dans tout cet intervalle.

Mais la température d'un lieu à un instant donné ne dépend pas seulement de la quantité de chaleur reçue : elle dépend aussi de la plus ou moins grande déperdition due au rayonnement, déperdition qui est sensiblement constante.

Il résulte de là que la température maxima de la journée n'a pas lieu à midi, moment où la Terre reçoit le plus de chaleur, mais vers 2^h environ. L'instant du maximum n'est, du reste, pas le même partout : sur les montagnes, il se rapproche de midi parce que l'atmosphère, moins dense, s'oppose moins au rayonnement.

Un effet semblable se produit à propos de la température maxima de l'année : s'il n'y avait pas l'atmosphère pour s'opposer au rayonnement, la température la plus haute aurait lieu au moment du solstice d'été et la température la plus basse au solstice d'hiver, tandis que ce maximum et ce minimum ont lieu vers la fin de juillet et au milieu de janvier.

2° Dans la zone torride, il y a deux époques par an où le Soleil passe au zénith. Ces jours-là, l'incidence des rayons lumineux est maxima mais ne coïncide pas avec les jours les plus longs. Toutefois, comme dans ces régions le Soleil a toujours des hauteurs méridiennes consi-

dérables et comme les journées varient peu comme longueur, la température est très élevée et sensiblement constante.

3° Enfin, dans les zones glaciales, les rayons solaires arrivant très obliquement, la déperdition due au rayonnement l'emporte de beaucoup sur la chaleur reçue : il y a donc, dans ces régions, une température très basse s'élevant à peine de quelques degrés au moment du solstice d'été dans la zone glaciale arctique ou du solstice d'hiver dans la zone glaciale antarctique.

238. *Lumière zodiacale.* — On appelle ainsi une lueur que l'on aperçoit à certaines époques de l'année en même temps que la lueur crépusculaire. La lumière zodiacale a la forme d'une lentille biconvexe orientée sensiblement suivant le plan de l'écliptique et dont le point central se trouve être à peu près le Soleil.

Selon Laplace, ce phénomène serait dû à l'illumination de poussières cosmiques qui graviteraient autour du Soleil, dans le prolongement de son équateur, c'est-à-dire sensiblement suivant le plan de l'écliptique.

Fréquemment visible pour les lieux compris dans la zone torride, ce phénomène n'est observable, dans nos contrées, qu'en mars, peu après le coucher du Soleil, ou en septembre, un peu avant son lever.

La lumière zodiacale a un faible éclat : aussi n'empêche-t-elle aucunement d'apercevoir les étoiles qui se trouvent dans sa direction.

IV. — MESURE DU TEMPS PAR LE SOLEIL.

239. *Nécessité de la mesure du temps par le Soleil.* — Nous avons vu que le mouvement des étoiles sur la sphère céleste est rigoureusement uniforme et nous avons appelé ***jour sidéral*** l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs d'une même étoile au même méridien; ***heure sidérale*** la vingt-quatrième partie du jour; ***minute sidérale*** la soixantième partie de l'heure; ***seconde sidérale*** la soixantième partie de la minute.

Nous avons donc là un moyen très précis pour mesurer le temps, aussi est-il généralement adopté dans tous les observatoires.

Malheureusement, la mesure du temps à l'aide de pendules sidérales ne peut être utilisée dans la vie courante, dont les occupations sont déterminées par le mouvement du Soleil.

Le Soleil se déplaçant, en effet, sur la sphère céleste, dans le sens direct, il en résulte que, si une étoile passe au méridien en même temps que lui un certain jour, le lendemain le Soleil passera au méridien environ 4 minutes plus tard que l'étoile, le surlendemain à peu près 8 minutes plus tard, et ainsi de suite, de sorte que le milieu de la journée sera indiqué successivement par toutes les heures sidérales, d'où une complication extrême.

240. *Jour solaire vrai.* — Le temps sidéral ne pouvant convenir pour l'usage courant et le Soleil étant le régulateur de nos occupations, on a tout d'abord songé à mesurer le temps à l'aide du *jour vrai,* c'est-à-dire de l'intervalle qui s'écoule entre deux passages consécutifs du Soleil au même méridien.

Malheureusement, le jour vrai n'a pas une durée constante, ainsi que nous l'avons vu en étudiant le mouvement diurne, de sorte qu'il ne peut servir à mesurer le temps avec précision.

D'ailleurs, les horloges étant animées d'un mouvement uniforme, il est clair que, pour leur faire indiquer le *temps vrai,* il faudrait les mettre à l'heure très fréquemment.

Malgré ces inconvénients, on est convenu de partager le jour vrai en 24 *heures vraies,* correspondant chacune à une variation de 15° de l'angle horaire du Soleil.

L'heure vraie a été elle-même divisée en 60 minutes, correspondant chacune à un déplacement angulaire du Soleil de 15′ et chaque minute vraie a été subdivisée à son tour en 60 secondes, correspondant à un déplacement angulaire de 15″ pour le Soleil.

Deux heures de temps vrai n'ont donc pas rigoureusement la même durée; toutefois, on peut admettre, sans erreur sensible, que les heures vraies d'une même journée sont égales.

241. *Causes de l'inégalité des jours vrais.* — Si l'on désigne par Tsg et Tsg′ les heures marquées par la pendule sidérale d'un observatoire, au moment de deux passages consécutifs du Soleil au méridien, on voit que l'on peut écrire :

$$\mathrm{Tsg} = \mathrm{Tvg} + Æ_v = 0^h + Æ_v,$$
$$\mathrm{Tsg}' = \mathrm{Tvg}' + Æ'_v = 24^h + Æ'_v.$$

Retranchant membre à membre la première relation de la seconde, il vient :

$$\mathrm{Tsg}' - \mathrm{Tsg} = 24^h + (Æ'_v - Æ_v),$$

ou, puisque Tsg′ — Tsg est la durée du jour vrai, exprimée en temps sidéral,

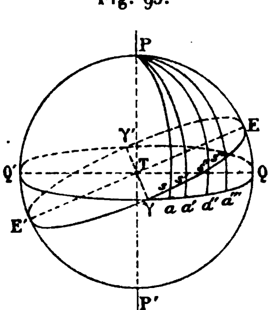
$$j_v = j_s + (\mathit{Æ}'_v - \mathit{Æ}_v),$$

car les 24 heures sidérales du second membre représentent la durée du jour sidéral.

Or, on sait que le jour sidéral a une durée rigoureusement constante : si donc la durée du jour vrai n'est pas toujours la même, il faut en conclure que la variation de l'ascension droite en un jour vrai n'est pas constante, ou encore que l'ascension droite du Soleil ne varie pas uniformément.

Cherchons donc les causes de cette irrégularité du mouvement en ascension droite du Soleil et, pour cela, soient ss' et $s''s'''$ (*fig.* 95)

Fig. 95.



deux arcs d'écliptique parcourus en un même intervalle de temps, mais à des époques différentes. Si nous menons les méridiens Psa, P$s'a'$, P$s''a''$, P$s'''a'''$, les arcs d'équateur aa', $a''a'''$ représenteront les mouvements en ascension droite du Soleil, correspondant aux déplacements ss' et $s''s'''$ de cet astre sur l'écliptique. Or on voit sur la figure que

$$\operatorname{tang}\gamma a' = \operatorname{tang}\gamma s' \cos\omega,$$
$$\operatorname{tang}\gamma a = \operatorname{tang}\gamma s \cos\omega;$$

on en déduit

$$\operatorname{tang}\gamma a' - \operatorname{tang}\gamma a = \cos\omega\,(\operatorname{tang}\gamma s' - \operatorname{tang}\gamma s),$$

c'est-à-dire

$$\frac{\sin aa'}{\cos\gamma a \cos\gamma a'} = \frac{\cos\omega \sin ss'}{\cos\gamma s \cos\gamma s'},$$

et, par suite,

$$(1) \qquad \sin aa' = \frac{\sin ss' \cos\omega \cos\gamma a \cos\gamma a'}{\cos\gamma s \cos\gamma s'}.$$

La figure montre également que l'on a, en désignant par D et D' les déclinaisons *as* et *a's'* :

$$\cos\gamma s = \cos\gamma a \cos D, \qquad \cos\gamma s' = \cos\gamma a' \cos D'.$$

On en déduit

$$\frac{\cos\gamma a}{\cos\gamma s} = \frac{1}{\cos D}, \qquad \frac{\cos\gamma a'}{\cos\gamma s'} = \frac{1}{\cos D'}.$$

Portant ces valeurs dans la relation (1), il vient

$$(2) \qquad \sin aa' = \frac{\sin ss' \cos\omega}{\cos D \cos D'}.$$

En désignant par D'' et D''' les déclinaisons $a''s''$ et $a'''s'''$, on obtiendrait de même :

$$(3) \qquad \sin a''a''' = \frac{\sin s''s''' \cos\omega}{\cos D'' \cos D'''}.$$

Or, par suite de la loi des aires, $s''s'''$ est différent de ss'; de plus, à cause de l'obliquité de l'écliptique, D et D' sont différentes de D'' et D'''. Si donc aa' n'est pas égal à $a''a'''$, comme on le constate, cela provient :

1° De la non-uniformité du mouvement du Soleil sur l'écliptique;
2° De ce que l'écliptique est incliné sur l'équateur.

242. *Remarque.* — Une des deux causes précédentes suffirait seule pour rendre le mouvement en ascension droite irrégulier. Ainsi, par exemple, si l'on avait $D = D' = D'' = D'''$, c'est-à-dire si l'écliptique était confondu avec l'équateur, la non-uniformité du mouvement du Soleil sur son orbite ferait que aa' serait différent de $a''a'''$.

Si, au contraire, le mouvement du Soleil était uniforme, l'inclinaison de l'écliptique ferait que D et D' seraient différents de D'' et D''' et, par suite, aa' serait encore différent de $a''a'''$.

243. *Soleil fictif.* — La première cause d'irrégularité des jours solaires résidant dans la non-uniformité du mouvement du Soleil sur l'écliptique, les astronomes ont imaginé un mobile appelé *Soleil fictif,* partant du périgée en même temps que le Soleil vrai, y revenant en même temps que lui, mais parcourant l'écliptique d'un mouvement uniforme.

Le temps employé par les deux soleils pour faire le tour de l'écliptique étant le même, il est clair qu'ils se rencontreront à l'apogée.

Or, il résulte de la loi des aires que le Soleil vrai a sa vitesse maxima au périgée (220) et sa vitesse minima à l'apogée; par conséquent, en quittant le périgée le Soleil vrai devancera le Soleil fictif; il s'en éloignera de plus en plus pendant un certain temps, puis, sa vitesse diminuant, il sera rattrapé par le Soleil fictif et tous deux arriveront en même temps à l'apogée.

En quittant l'apogée le Soleil fictif, marchant plus vite que le Soleil vrai, prendra de l'avance, mais, comme la vitesse du Soleil vrai augmente à mesure qu'il s'éloigne de l'apogée, la distance des deux soleils diminue et ils se rejoignent au périgée.

Le Soleil fictif est donc tantôt en avance et tantôt en retard sur le Soleil vrai, mais il ne s'en éloigne jamais beaucoup : $1^\circ 55'$ d'écart angulaire maximum.

244. *Soleil moyen.* — Le mouvement en ascension droite du Soleil fictif est affranchi de la première des causes d'irrégularité qui affectent celui du Soleil vrai. Cependant ce mouvement n'est pas encore uniforme à cause de l'obliquité de l'écliptique (**242**).

On a donc imaginé un second Soleil fictif, appelé *Soleil moyen,* passant au point γ en même temps que le Soleil fictif et parcourant l'équateur dans le sens direct, d'un mouvement uniforme, tandis que le Soleil fictif décrit l'écliptique.

Le Soleil moyen sur l'équateur et le Soleil fictif sur l'écliptique sont par conséquent toujours à la même distance du point vernal. En d'autres termes, la longitude du Soleil fictif, appelée *longitude moyenne,* est toujours égale à l'ascension droite du Soleil moyen, appelée *ascension droite moyenne* et représentée par $Æ_m$. Les plans horaires de ces deux soleils sont donc toujours très voisins l'un de l'autre.

Il résulte de tout ce qui précède que le méridien du Soleil vrai est toujours peu éloigné de celui du Soleil moyen et, comme cet astre a un mouvement en ascension droite rigoureusement uniforme, la mesure du temps, à l'aide du Soleil moyen, ne présente plus aucun des inconvénients signalés précédemment pour le temps sidéral et le temps vrai.

245. *Jour moyen. Temps moyen.* — On appelle *jour moyen* ou *jour astronomique,* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs du Soleil moyen au méridien supérieur d'un lieu; l'instant précis où le Soleil moyen passe au méridien supérieur d'un

lieu est donc indiqué indifféremment par 24^h et 0^h selon que l'on considère le jour astronomique qui finit ou celui qui commence.

Lorsque le Soleil moyen traverse le méridien supérieur, on dit qu'il est *midi moyen;* il est *minuit moyen* lorsque le Soleil moyen passe au méridien inférieur.

Le jour moyen a été divisé en 24 *heures moyennes,* chaque heure en 60 minutes, chaque minute en 60 secondes.

L'ascension droite moyenne croissant proportionnellement au temps, il en résulte que les durées du jour moyen et de ses subdivisions sont rigoureusement invariables.

On appelle *heure moyenne, temps moyen* ou *temps astronomique* d'un lieu et l'on désigne par Tmg, l'angle horaire du Soleil moyen en ce lieu; cet élément augmente uniformément à raison de 15° par heure moyenne.

246. *Remarque.* — Les soleils vrai et moyen ne pouvant s'éloigner beaucoup l'un de l'autre, effectuent très sensiblement le même nombre de révolutions diurnes pendant une très longue période de temps; par conséquent, le jour moyen peut être considéré comme représentant la durée moyenne des jours vrais.

247. *Jour civil.* — On appelle *jour civil* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs du Soleil moyen au méridien inférieur d'un même lieu; le jour civil commence donc à *minuit moyen* dans le lieu considéré.

Le jour civil se divise en deux parties égales renfermant 12 heures chacune; pour les distinguer, on est convenu d'appeler *matin* la partie du jour civil pendant laquelle le Soleil se trouve dans l'est du méridien inférieur; la partie de la journée pendant laquelle le Soleil se trouve dans l'ouest du méridien supérieur s'appelle le *soir*.

Par conséquent, pour préciser un instant à l'aide du *temps civil,* il faut faire suivre l'heure qui le détermine du mot *matin* ou *soir,* suivant le cas.

248. *Dates.* — Pour préciser un instant, il ne suffit pas d'indiquer l'heure civile ou astronomique qui le caractérise; il faut encore spécifier le jour dans lequel il se trouve.

Pour désigner un jour civil ou astronomique, sans ambiguïté possible, on lui donne une *date,* c'est-à-dire un numéro d'ordre

indiquant combien il s'est écoulé de jours moyens depuis une époque déterminée, choisie pour origine, et appelée *ère*.

On convient de donner au jour astronomique la date du jour civil qui a commencé 12 heures avant lui.

249. *Conversion du temps civil en temps astronomique et inversement.* — Il résulte immédiatement de ce que nous venons de dire que, pour passer d'une époque civile du matin à l'époque astronomique correspondante, il suffit d'ajouter 12 heures à l'heure donnée en supprimant le mot *matin*. S'il s'agit de passer d'une époque civile du soir à l'époque astronomique correspondante, il suffit de retrancher simplement le mot *soir* à l'heure civile.

Exemple :

10^h du matin le $n = (10 + 12)^h$ le $(n - 1) = 22^h$ le $(n - 1)$,
2^h du soir le $n = 2^h$ le n.

Inversement, il est clair que, pour passer d'une époque astronomique à l'époque civile correspondante, il suffit d'ajouter simplement le mot *soir* à l'heure astronomique lorsqu'elle est moindre que 12^h. Si l'heure astronomique surpasse 12^h, il suffit d'en retrancher 12 heures et de diminuer la date d'une unité.

Exemple :

4^h le $n = 4^h$ du soir le n,
17^h le $n = (17 - 12)^h$ du matin le $(n - 1) = 5^h$ du matin le $(n - 1)$.

250. *Dates simultanées.* — Les dates simultanées en deux lieux quelconques peuvent différer d'une unité; il est clair, en effet, que si n est la date astronomique commune à tous les lieux qui voient le Soleil moyen dans l'Est, la date des lieux qui le voient dans l'Ouest est $(n - 1)$.

On a souvent besoin, dans les applications, de savoir déterminer la date et l'heure astronomiques à Paris, connaissant la date et l'heure d'un lieu dont la longitude est donnée.

Pour résoudre ce problème, nous rappellerons que pour un astre quelconque on a, à 24 heures près,

$$\text{Tap} = \text{Tag} + \text{G},$$

G étant négative ou positive selon qu'elle est Est ou Ouest.

Si nous appliquons cette relation au Soleil moyen, on a donc :

$$\text{Tmp} = \text{Tmg} + \text{G}.$$

Supposons, pour fixer les idées, que l'on ait :

$$\text{Tmg} = 18^h \text{ le } n, \qquad G = 10^h\,O.$$

La relation précédente donne

$$\text{Tmp} = 18^h \text{ le } n + 10^h = 28^h \text{ le } n.$$

Or il est clair que, lorsqu'il est 28^h le n, il est en réalité $28 - 24$ ou 4^h le $n + 1$. On a donc :

$$\text{Tmp} = 4^h \text{ le } (n+1).$$

Si l'on avait donné :

$$\text{Tmg} = 3^h \text{ le } n, \qquad G = 6^h\,E,$$

on aurait eu :

$$\text{Tmp} = 3^h \text{ le } n - 6^h.$$

Comme nous ne pouvons retrancher 6^h de 3^h, nous remarquerons que 3^h le n représentent le même instant que $(24 + 3)$ ou 27^h le $(n - 1)$. On a donc :

$$\text{Tmp} = 27^h \text{ le } (n-1) - 6^h = 21^h \text{ le } (n-1).$$

On voit, par ces deux exemples, que le problème des dates simultanées ne présente aucune difficulté, pourvu que l'on retranche ou que l'on ajoute une unité à la date de l'époque à laquelle il a fallu ajouter ou retrancher 24 heures.

251. *Dates simultanées de deux lieux situés par* 180° *de longitude.* — Il est facile de montrer que si deux lieux sont situés de part et d'autre du 180ième degré de longitude, mais dans son voisinage immédiat, leurs dates simultanées diffèrent d'une unité, la date la plus forte étant celle du lieu dont la longitude est Est.

Supposons, pour fixer les idées, qu'en un lieu dont la longitude Ouest est égale à 12 heures, en chiffres ronds, on ait :

$$\text{Tmg} = 4^h \text{ le } n.$$

On aura :

(1) $$\text{Tmp} = 4^h \text{ le } n + 12^h = 16^h \text{ le } n.$$

Au même instant, pour un lieu dont la longitude Est est sensiblement égale à 12 heures, on aurait, en désignant par x la date inconnue de ce lieu,

$$\text{Tmg} = 4^h \text{ le } x,$$

et, par suite,

$$\text{Tmp} = 4^h \text{ le } x - 12^h,$$

c'est-à-dire

$$(2) \qquad \text{Tmp} = 28^h \text{ le } (x-1) - 12^h = 16^h \text{ le } (x-1).$$

Or, Tmp ne pouvant avoir simultanément deux dates différentes, il résulte des relations (1) et (2) que

$$x - 1 = n,$$

d'où

$$x = n + 1.$$

Si donc un navire traverse le 180ième degré de longitude en quittant les longitudes Est pour entrer dans les longitudes Ouest, il devra diminuer sa date d'une unité; s'il quitte, au contraire, les longitudes Ouest pour entrer dans les longitudes Est, il devra l'augmenter d'une unité.

252. *Année civile.* — Si l'on évaluait simplement le temps en jours moyens ou en jours civils, les dates seraient indiquées par des nombres qui iraient constamment en augmentant, ce qui serait fort incommode.

Pour éviter cet inconvénient, on a groupé les jours par *années civiles* et par *mois,* de sorte que, pour préciser complètement une époque, il faut indiquer le numéro d'ordre ou le *millésime* de l'année, le nom du mois et la date du jour dans lequel se trouve l'heure civile ou astronomique qui détermine l'instant considéré.

On a adopté, à la suite de considérations que nous exposerons un peu plus loin, deux espèces d'années civiles : les *années communes* comprenant 365 jours et les *années bissextiles* qui en comprennent 366. Les années communes et bissextiles se succèdent d'après la loi suivante : sur une période de 4 années consécutives, il y en a généralement trois communes et une quatrième bissextile.

En comptant les années à partir de l'Ère chrétienne, c'est-à-dire en donnant le n° 1 à l'année de la naissance du Christ, on voit qu'une année est généralement bissextile lorsque son millésime est divisible par 4. Nous disons avec intention *généralement,* car il y a trois exceptions à la règle précédente dans chaque période de 400 ans : quand une année a son millésime terminé par deux zéros, on ne la regarde comme bissextile, que si le nombre obtenu en supprimant les deux zéros est un multiple de 4.

D'après cela, les années 1871, 1893, etc., sont des années com-

munes; les années 1884, 1904, etc. sont bissextiles, mais les années 1800, 1900, etc. ne le sont pas.

L'année civile a été divisée en douze mois qui se succèdent dans l'ordre suivant :

Janvier, février, mars, avril, mai, juin;
Juillet, août, septembre, octobre, novembre, décembre.

Les mois de janvier, mars, mai, juillet, août, octobre et décembre ont 31 jours; les mois d'avril, juin, septembre et novembre en ont 30; enfin, le mois de février en a 28 ou 29 selon que l'année est commune ou bissextile.

253. *Siècle.* — On donne le nom de *siècle* à une période de 100 années civiles : le siècle I va de l'année 1 à l'année 100; le siècle II, de l'année 101 à l'année 200, et ainsi de suite.

Nous sommes donc dans le xxe siècle depuis le 1er janvier 1901.

254. *Remarque.* — Lorsque l'on n'a pas besoin de préciser un instant avec une grande exactitude, on se sert souvent du *jour astronomique vrai* et du *jour civil vrai,* qui se définissent exactement comme le jour moyen et le jour civil, en remplaçant simplement les mots Soleil moyen par Soleil vrai.

On convient de donner au temps vrai la date du temps moyen correspondant.

Les problèmes que l'on peut avoir à résoudre sur le temps vrai, à propos de la conversion du temps astronomique vrai en temps civil vrai ou inversement, à propos des dates simultanées, se résolvent exactement comme les problèmes relatifs au temps moyen.

Parfois aussi, bien que très rarement, on peut avoir à préciser une époque à l'aide du temps d'un astre : on lui donne alors la date de l'époque astronomique correspondante. Il en est de même lorsqu'on veut préciser une époque à l'aide du temps sidéral.

Équation du temps.

255. Le Soleil moyen étant un astre fictif ne peut s'observer directement : il est donc essentiel de savoir passer du temps vrai au temps moyen et réciproquement. En d'autres termes, il faut connaître la correction additive ou soustractive à faire subir au temps vrai pour

avoir le temps moyen ou inversement : c'est cette correction qui s'appelle l'*équation du temps.*

On distingue deux sortes d'équations du temps : *l'équation du temps vrai* et *l'équation du temps moyen.*

256. *Équation du temps vrai.* — On appelle *équation du temps vrai* et l'on représente par E_v la correction additive ou soustractive à faire subir à l'heure vraie pour avoir l'heure moyenne. On a donc, par définition :

$$T_m = T_v + E_v,$$

et, par suite,

$$E_v = T_m - T_v.$$

Or, on sait que :

$$T_s = T_m + Æ_m = T_v + Æ_v.$$

On en déduit que :

$$E_v = T_m - T_v = Æ_v - Æ_m,$$

de sorte que l'équation du temps vrai est l'excès positif ou négatif de l'ascension droite vraie sur l'ascension droite moyenne.

257. *Remarque.* — La relation

$$T_m = T_v + E_v$$

montre que si $T_v = 0$, on a :

$$T_m = E_v;$$

c'est pour cela que l'équation du temps vrai est fréquemment appelée le *temps moyen à midi vrai.*

258. *Équation du temps moyen.* — On appelle *équation du temps moyen* et l'on représente par E_m la correction additive ou soustractive à faire subir à l'heure moyenne pour avoir l'heure vraie. On a donc :

$$T_v = T_m + E_m,$$

et, par suite,

$$E_m = T_v - T_m = Æ_m - Æ_v,$$

ce qui montre que l'équation du temps moyen est l'excès positif ou négatif de l'ascension droite moyenne sur l'ascension droite vraie.

259. *Remarque.* — La relation $T_v = T_m + E_m$ montre que si

$T_m = 0$, on a :

$$T_v = E_m.$$

C'est pour cela que l'équation du temps moyen est souvent appelée le *temps vrai à midi moyen*.

260. *Variations de l'équation du temps.* — Puisque l'on a

$$E_v = Æ_v - Æ_m \quad \text{et} \quad E_m = Æ_m - Æ_v,$$

il en résulte que :

$$E_v = - E_m,$$

de sorte que les équations du temps vrai et du temps moyen ne diffèrent que par le signe.

Il suffit donc de connaître les variations de E_v pour avoir celles de E_m.

L'étude des formules de la mécanique céleste, qui permettent de calculer E_v pour une époque déterminée quelconque, montre que :

Au 1er janvier de chaque année, l'équation du temps vrai est positive et égale à 4^m environ, puis elle va en croissant jusqu'au 11 février et atteint alors un premier maximum égal à $14^m 26^s$.

Elle diminue ensuite jusque vers le 16 avril, époque où elle s'annule; puis elle devient négative et atteint, en valeur absolue, un maximum égal à $3^m 52^s$ vers le 14 mai.

Elle augmente de nouveau pour s'annuler le 14 juin environ, devient positive et atteint, vers le 26 juillet, un maximum égal à $6^m 18^s$. Elle décroît ensuite, s'annule vers le 1er septembre, devient négative, atteint le 3 novembre sa valeur absolue maxima qui est de $16^m 20^s$, croît de nouveau, s'annule le 24 décembre environ et redevient positive pour repasser ensuite par les mêmes états de grandeur.

261. *Remarque.* — On voit que E_v et E_m ont pour plus grande valeur 17 minutes et s'annulent quatre fois par an : deux fois pendant le printemps (16 avril et 14 juin); une fois en été (1er septembre) et une fois en hiver (24 décembre).

Lorsque ces éléments sont négatifs les recueils astronomiques donnent leurs valeurs augmentées de 24 heures : c'est ce qui a lieu chaque fois que ces recueils indiquent pour E_v ou E_m des valeurs supérieures à 23 heures.

Par conséquent, si E_v et E_m sont plus grands que 23 heures, on devra retrancher 24 heures aux sommes $T_v + E_v$ ou $T_m + E_m$ pour obtenir T_m et T_v : la date sera naturellement conservée.

Durées des diverses révolutions solaires.

262. *Année tropique.* — On appelle *année tropique,* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs du Soleil fictif ou du Soleil moyen à l'équinoxe de printemps. Sa durée est constante et a pu se déterminer avec précision, au moyen d'observations répétées portant sur une très longue période de temps. Sa valeur, en jours sidéraux, est de $366^{j.s.},242217$.

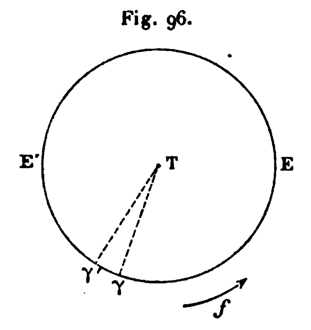
Pendant l'année tropique, le point γ a tourné d'un angle égal à $360° \times 366,242217$ par suite du mouvement diurne, mais, dans le même temps, le Soleil a parcouru 360°, dans le sens direct, à cause de son mouvement en ascension droite; on peut donc écrire :

$$\text{Année tropique} = 366^{j.s.},242217 = 365^{j.m.},242217.$$

263. *Année sidérale.* — On appelle *année sidérale* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs du Soleil fictif à un point fixe de l'écliptique.

Soient EE′ (*fig.* 96) l'écliptique supposée vue du pôle écliptique

Fig. 96.



nord, T le centre de la Terre et γ le point où se trouve le Soleil à un équinoxe de printemps.

Lorsqu'une année tropique se sera écoulée, le Soleil se trouvera au point γ', distant du point γ de $50'',2$ à cause de la précession.

Il en résulte que, pour que le Soleil revienne au point γ, il lui reste à parcourir en longitude l'arc $\gamma\gamma'$.

Or, pour parcourir l'arc $\gamma EE'\gamma'$, c'est-à-dire $360° - 50'',2$ ou $1\,295\,949'',8$, le Soleil a mis $365,242\,217$ jours moyens. Pour parcourir $1''$ il mettra donc $1\,295\,949'',8$ fois moins de temps, c'est-à-dire

$$\frac{365,242\,217}{1\,295\,949,8} \text{ jours},$$

et pour parcourir 50″,2, il mettra 50,2 fois plus de temps, c'est-à-dire :

$$\frac{365,242\,217}{1\,295\,949,8} \times 50,2 = 0^{j.m.},014\,157.$$

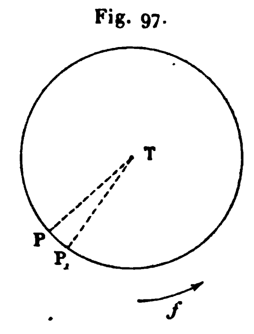
On a donc :

$$\text{Année sidérale} = 365^{j.m.},242\,217 + 0^{j.m.},014\,157 = 365^{j.m.},256\,374.$$

264. *Année anomalistique.* — On appelle *année anomalistique,* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours successifs du Soleil fictif au périgée.

Soient encore EE′ (*fig.* 97) l'écliptique, T le centre de la Terre

Fig. 97.



et P la position du Soleil quand il se trouve au périgée, au début d'une année anomalistique.

Lorsque le Soleil fictif reviendra au périgée, celui-ci ne se trouvera plus en P mais en P_1, l'arc PP_1 étant, comme on le sait, égal à 11″,7.

Pour accomplir sa révolution anomalistique, le Soleil devra donc passer d'abord au point P, d'où il était parti, puis parcourir l'arc PP_1 : il aura donc effectué une révolution sidérale plus PP_1.

Or, pour parcourir 360° ou 1 296 000″ de longitude, le Soleil a mis 365,256 374 jours moyens. Pour parcourir 1″ en longitude il lui faudra donc :

$$\frac{365,256\,374}{1\,296\,000} \text{ jours moyens,}$$

et, par suite, pour parcourir 11″,7 il mettra :

$$\frac{365,256\,374}{1\,296\,000} \times 11,7 = 0^{j.m.},003289,$$

de sorte que :

$$\text{Année anomalistique} = 365^{j.m.},256\,374 + 0^{j.m.},003\,289 = 365^{j.m.},259\,663.$$

Calendrier.

265. On appelle *calendrier* une distribution des jours par groupes d'égale durée, se reproduisant périodiquement, afin d'éviter la difficulté que l'on éprouverait, s'il fallait exprimer les dates au moyen de nombres indéfiniment croissants.

Nous avons déjà vu comment on obtenait ce résultat au moyen de l'année civile; il nous reste donc simplement à montrer à la suite de quelles considérations et de quels tâtonnements on a été amené à concevoir l'année civile telle que nous l'avons définie et à adopter la loi, en apparence bizarre, de succession des années communes et bissextiles.

Tout d'abord, puisque l'on se proposait de répartir les jours par groupes se reproduisant périodiquement, il était tout indiqué d'adopter, pour base du calendrier, la période qui ramène les jours d'égale longueur et d'égale température aux mêmes dates, c'est-à-dire l'année tropique.

Malheureusement, l'année tropique ne renferme pas un nombre exact de jours moyens : il a donc fallu choisir la durée de l'année civile, de telle sorte que l'accord entre cette année et l'année tropique reste constant, ou, du moins, se rétablisse périodiquement.

Pour atteindre ce but on a fait successivement usage des divers calendriers suivants.

266. *Calendrier de Numa.* — Le premier calendrier de l'antiquité sur lequel nous possédions des données véritablement exactes, est le *calendrier de Numa,* qui fut très longtemps en usage parmi les Romains (de 700 à 44 avant J.-C.).

Dans ce calendrier, l'année commune était divisée en douze mois portant les mêmes noms qu'actuellement et ayant alternativement 29 et 30 jours (lunaisons).

La durée totale était donc de 354 jours, et, comme l'on croyait alors que l'année tropique avait exactement 365 jours, il en résultait un désaccord de 11 jours par an. Pour ramener l'année à avoir 365 jours en moyenne, chaque année commune était suivie d'une année anormale renfermant un mois complémentaire de 22 jours.

267. *Calendrier Julien.* — L'année du calendrier de Numa étant

trop courte d'environ un quart de jour, cette erreur, en s'accumulant, avait produit un désaccord considérable entre l'année civile et l'année tropique.

Jules César, après avoir consulté l'astronome égyptien Sosigènes, entreprit, en l'an 46 avant J.-C., de rétablir et de perpétuer la concordance entre l'année civile et l'année tropique.

Sosigènes croyant que l'année tropique était exactement de $365^{j},25$, Jules César, sur son conseil, rétablit d'abord la concordance en décidant que l'année 46 avant notre ère comporterait exceptionnellement 445 jours répartis en 15 mois; puis, pour maintenir la durée moyenne de l'année civile égale à $365^{j},25$, il décréta que l'on ferait trois années communes de 365 jours, et la quatrième de 366 jours.

La division de l'année civile en 12 mois fut maintenue; les mois conservèrent leurs noms, mais les jours furent répartis comme ils le sont encore aujourd'hui.

Le jour complémentaire s'intercalait entre le 23 et le 24 février, c'est-à-dire que l'on bissait le sixième jour avant le mois de mars, d'où le nom de ***bissextiles*** donné aux années de 366 jours.

Ce nouveau calendrier reçut le nom de ***calendrier Julien,*** du nom de son auteur officiel.

Si l'on compte les années à partir de l'Ère chrétienne, les années bissextiles du calendrier Julien sont, comme on le voit, celles dont le millésime est divisible par 4.

Le calendrier Julien, adopté par les Romains, resta en usage parmi les pays chrétiens jusqu'à la fin du XVIe siècle.

Les Russes, les Grecs et les Chrétiens d'Orient s'en servent encore aujourd'hui. Ce calendrier se désigne souvent sous le nom de ***vieux style.***

268. ***Calendrier Grégorien.*** — L'année tropique étant exactement de $365^{j.m.},242\,217$, l'année Julienne est donc trop forte de $365,25 - 365,242\,217$, c'est-à-dire de $0^{j.m.},007\,783$. Or, cette différence, accumulée pendant 400 ans, forme un total de $3^{j.m.},1132$, de sorte qu'en 1582, le désaccord entre l'année julienne et l'année tropique était de 10 jours.

Pour faire disparaître cette différence, le pape Grégoire XIII ordonna d'abord que le lendemain du jeudi 4 octobre 1582 serait le vendredi 15 octobre 1582, puis, continuant à adopter la loi relative à l'intercalation d'un jour par période de 4 ans, il décida, en outre, que les années dont les millésimes seraient terminés par deux zéros,

ne seraient bissextiles que si le nombre formé en supprimant les deux zéros était un multiple de 4.

Par suite de cette nouvelle loi on supprime donc 3 jours moyens par période de 400 ans : le désaccord entre l'année tropique et l'année grégorienne ne peut plus être par conséquent que de $0^{j.m.},1132$ tous les 400 ans ou de $1^{j.m.},132$, tous les 4000 ans.

Ce nouveau calendrier, ou *nouveau style,* fut successivement adopté par presque tous les pays d'Europe. Les nations qui ne l'ont pas adopté, la Russie en particulier, ont actuellement leur calendrier en retard de 12 jours sur le calendrier Grégorien.

L'année grégorienne est, comme on le voit, l'année civile définie précédemment : depuis 1564 l'année civile commence le 1er janvier à minuit.

269. *Calendrier Républicain.* — Le calendrier républicain, adopté en France pendant la Révolution, resta en usage de 1793 à 1806. Dans ce calendrier, l'année civile commençait le 22 septembre, époque simultanée de l'équinoxe d'automne et de la fondation de la République.

L'année était divisée en 12 mois de 30 jours nommés : vendémiaire, brumaire, nivôse, pluviôse, ventôse, germinal, floréal, prairial, messidor, thermidor, fructidor.

Il y avait en outre 5 ou 6 jours complémentaires que l'on réservait pour des fêtes nationales.

Les mois se composaient de trois décades dont les jours se nommaient : primidi, duodi, triodi, quatridi, quintidi, sextidi, septidi, octidi, nonidi, décadi.

La longueur exagérée des semaines l'a fait abandonner.

Conversion des intervalles de temps.

270. Nous avons vu que le temps pouvait se mesurer d'une manière absolument précise à l'aide du temps sidéral ou du temps moyen et d'une manière approchée par le temps vrai.

Comme le jour sidéral, le jour moyen et le jour vrai ne correspondent pas à la même durée, il en résulte qu'un même intervalle de temps sera exprimé par un nombre différent selon que l'unité adoptée sera l'heure sidérale, l'heure moyenne ou l'heure vraie.

Il importe, par conséquent, connaissant la mesure d'un intervalle

en fonction de l'une de ces unités, de savoir en déduire la valeur de ce même intervalle en fonction de l'une quelconque des deux autres.

271. *Convertir un intervalle de temps moyen en temps sidéral.* — Au commencement de l'intervalle considéré, on sait que l'on a

$$Ts = Tm + Æ_m,$$

et, à la fin de cet intervalle, on a également

$$Ts' = Tm' + Æ'_m.$$

Retranchant membre à membre la première relation de la deuxième, il vient

$$Ts' - Ts = (Tm' - Tm) + (Æ'_m - Æ_m),$$

c'est-à-dire, en désignant par I_m l'intervalle de temps moyen et par I_s l'intervalle de temps sidéral correspondant,

$$I_s = I_m + (Æ'_m - Æ_m).$$

La correction $Æ'_m - Æ_m$ étant la variation de l'ascension droite moyenne pendant l'intervalle de temps I_m, pour en trouver la valeur nous dirons : puisque l'ascension droite moyenne croît uniformément de 24 heures en une année tropique, c'est-à-dire en $365^{\text{j.m.}},242217$, en 1 jour moyen elle croît de $\frac{24^{\text{h}}}{365,242217}$ ou de $3^{\text{m}}56^{\text{s}},555$, et, par suite, dans l'intervalle I_m exprimé en heures, de

$$\frac{3^{\text{m}}56^{\text{s}},555}{24} \times I_m.$$

On a donc :

$$I_s = I_m + \frac{3^{\text{m}}56^{\text{s}},555}{24} \times I_m.$$

La Table VI de la *Connaissance des Temps*, Recueil dont nous parlerons plus loin, donne cette correction toute calculée pour un nombre quelconque d'heures, minutes et secondes de temps moyen. Cette correction est toujours positive, ce qui ne doit pas nous surprendre, puisque, l'unité de temps sidéral étant plus petite que l'unité de temps moyen, la mesure d'une même durée doit être exprimée par un nombre plus fort lorsque l'on prend la plus petite unité pour l'évaluer.

272. *Application : exprimer la durée du jour moyen en temps*

sidéral. — Nous venons de voir que

$$I_s = I_m + \frac{3^m 56^s,555}{24} \times I_m.$$

Si, dans cette relation, nous posons $I_m = 24^h$, il est clair que I_s représente la durée du jour moyen, exprimée en temps sidéral. Si l'on désigne par j_m cette valeur du jour moyen, on peut donc écrire :

$$j_m = 24^h + 3^m 56^s,555.$$

Comme le second membre exprime du temps sidéral, les 24 heures qui y figurent représentent le jour sidéral j_s; on peut donc écrire également :

$$j_m = j_s + 3^m 56^s,555.$$

273. *Accélération des fixes.* — Si le Soleil moyen et une étoile passent en même temps au méridien d'un lieu et si nous supposons que la pendule sidérale marque 0^h à ce moment, le lendemain, le Soleil moyen passera au même méridien lorsque la pendule marquera $0^h 3^m 56^s,555$.

Le nombre $3^m 56^s,555$ qui représente l'excès du jour moyen sur le jour sidéral, a reçu le nom d'*accélération des fixes*.

274. *Convertir un intervalle de temps sidéral en temps moyen.* — Au début et à la fin de l'intervalle considéré, on a

$$Ts = Tm + Æ_m,$$
$$Ts' = Tm' + Æ'_m.$$

On en déduit

$$Tm = Ts - Æ_m,$$
$$Tm' = Ts' - Æ'_m,$$

et, par suite,

$$I_m = I_s - (Æ'_m - Æ_m),$$

$Æ'_m - Æ_m$ étant la variation de l'ascension droite moyenne pendant l'intervalle de temps sidéral I_s.

Or, puisque l'ascension droite moyenne croît uniformément de 24^h en une année tropique ou en $366^{j.s.},242\,217$, en 1 jour sidéral, elle croît de $\frac{24^h}{366,242\,217}$ ou de $3^m 55^s,909$, et, par suite, dans l'intervalle I_s, exprimé en heures, de $\frac{3^m 55^s,909}{24} \times I_m$. On a donc :

$$I_m = I_s - \frac{3^m 55^s,909}{24} \times I_s.$$

Cette correction, toujours soustractive puisque l'unité de temps moyen est plus longue que l'unité de temps sidéral, est donnée toute calculée par la Table V de la *C. des T.* (*Connaissance des Temps*).

275. *Application : exprimer la durée du jour sidéral en temps moyen.* — Si, dans la relation précédente, on pose $I_s = 24^h$, il vient, en désignant par j_s la valeur du jour sidéral exprimée en temps moyen et par j_m le jour moyen,

$$j_s = j_m - 3^m 55^s,909.$$

276. *Convertir un intervalle de temps vrai en temps moyen.* — Au début et à la fin de l'intervalle de temps vrai considéré, on a

$$T m = T v + E_v,$$
$$T m' = T v' + E'_v,$$

et, par suite,

$$I_m = I_v + (E'_v - E_v),$$

en désignant par I_m et I_v les intervalles de temps moyen et de temps vrai.

On convertira donc un intervalle de temps vrai en temps moyen en lui ajoutant, avec son signe, la variation de l'équation du temps vrai dans l'intervalle de temps I_v.

277. *Application : exprimer la durée du jour vrai en temps moyen.* — Si, dans la relation précédente, on fait $I_v = 24^h$, il vient, en désignant par j_v la valeur du jour vrai en temps moyen et par j_m le jour moyen,

$$j_v = j_m + (E'_v - E_v),$$

E'_v et E_v étant les valeurs de l'équation du temps vrai aux deux midis vrais consécutifs qui comprennent le jour considéré.

La différence $E'_v - E_v$ ne dépasse jamais 30 secondes en valeur absolue.

278. *Convertir un intervalle de temps moyen en temps vrai.* — Au début et à la fin de l'intervalle de temps vrai considéré, on a

$$T v = T m + E_m,$$
$$T v' = T m' + E'_m.$$

On en déduit

$$I_v = I_m + (E'_m - E_m).$$

On convertira donc l'intervalle de temps I_m en temps vrai en lui ajoutant la variation correspondante de l'équation du temps moyen.

279. *Application : exprimer la durée du jour moyen en temps vrai.* — Si, dans la relation précédente, on fait $I_m = 24^h$, il vient, en désignant par j_m et j_v les valeurs du jour moyen et du jour vrai en temps vrai,

$$j_m = j_v + (E'_m - E_m),$$

E'_m et E_m étant les valeurs de l'équation du temps moyen aux deux midis moyens consécutifs qui comprennent le jour considéré.

280. *Convertir un intervalle de temps vrai en temps sidéral et inversement.* — On passera toujours par l'intermédiaire du temps moyen : ainsi, par exemple, pour convertir I_v en I_s on commencera par passer de I_v à I_m, puis on convertira I_m en I_s.

CHAPITRE V.

LA LUNE.

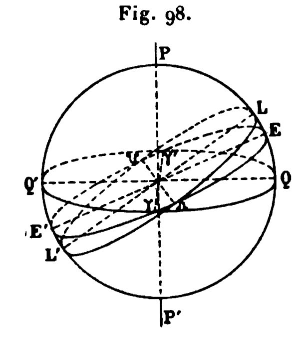
I. — MOUVEMENT APPARENT. MOUVEMENT ELLIPTIQUE. DIVERSES RÉVOLUTIONS.

Mouvement apparent.

281. En étudiant le mouvement diurne, nous avons reconnu que la Lune semblait animée, comme les étoiles, d'un mouvement de rotation de l'Est vers l'Ouest, autour de l'axe du monde. Mais, de même que le Soleil, la Lune a aussi un mouvement propre sur la sphère étoilée : on le constate aisément, à l'aide de l'équatorial, en opérant ainsi que nous l'avons fait pour le Soleil.

282. *Trajectoire apparente de la Lune sur la sphère étoilée.* — En déterminant chaque jour, à l'aide des instruments méridiens,

Fig. 98.



l'ascension droite et la distance polaire de la Lune et en procédant ensuite comme nous l'avons fait pour le Soleil, on constate que la Lune décrit en 27 jours $\frac{1}{3}$ et dans le sens direct, un grand cercle LL' (*fig.* 98) de la sphère étoilée, incliné de 5°09' environ sur l'écliptique.

Le plan de la trajectoire de la Lune coupe l'écliptique en deux points diamétralement opposés qui ont reçu le nom de *nœuds :* le point où la Lune traverse l'écliptique, en passant de l'hémisphère écliptique sud dans l'hémisphère nord, s'appelle le *nœud ascendant* et se désigne par ☊; le point diamétralement opposé est le *nœud descendant* et se représente par ☋.

Le diamètre qui joint le nœud ascendant au nœud descendant s'appelle la *ligne des nœuds.*

. **283.** *Observation de la Lune avec les instruments méridiens.* — La Lune, qui a une forme très sensiblement sphérique, a des phases que nous étudierons plus loin. A cause de ce phénomène, l'apparence de cet astre varie continuellement, de sorte que l'on ne peut pas en observer directement le centre.

Pour obtenir la distance zénithale et l'ascension droite du centre au moment d'un passage méridien, on procède de la manière suivante : s'il s'agit de la distance zénithale, on observe le bord horizontal inférieur ou supérieur, puis on retranche de la hauteur de ce bord ou on lui ajoute, selon le cas, le demi-diamètre apparent réfracté de la Lune, obtenu à l'aide de l'héliomètre; on obtient ainsi la distance zénithale apparente du centre que l'on corrige ensuite de la réfraction et de la parallaxe.

De même, s'il s'agit de déterminer l'ascension droite du centre, c'est-à-dire l'heure sidérale de son passage au fil méridien de la lunette méridienne, on observe l'heure du passage du bord oriental ou occidental et l'on retranche de cette heure, ou on lui ajoute, la durée du passage du demi-diamètre, durée qui se déduit aisément de la valeur du demi-diamètre apparent et de la déclinaison de l'astre.

Le demi-diamètre peut toujours se mesurer à l'aide de l'héliomètre, car nous verrons, en étudiant le phénomène des phases, que l'on aperçoit toujours la moitié de la circonférence de la Lune : il suffit donc de mesurer la demi-corde qui sous-tend cette demi-circonférence.

284. *Détermination des éléments de la trajectoire de la Lune.* — Il est clair que la trajectoire de la Lune sur la sphère étoilée sera complètement déterminée si l'on connaît la position du nœud ascendant, ainsi que l'obliquité ω' de cette trajectoire, c'est-à-dire son inclinaison sur l'écliptique.

1° *Détermination du nœud ascendant.* — Le nœud ascendant

sera déterminé si l'on connaît sa longitude écliptique $\mathcal{L}_0$ qui correspond évidemment à l'heure sidérale H_0 pour laquelle la latitude de la Lune est nulle.

Calculons d'abord l'heure H_0 du passage de la Lune au nœud ascendant. Pour cela, cherchons dans le registre deux observations consécutives telles que la latitude, sud un jour, soit nord le lendemain. En désignant par λ_1 et λ_2 ces latitudes; par H_1 et H_2 les heures sidérales correspondantes, nous dirons : pour que la latitude de la Lune varie de $(\lambda_1+\lambda_2)'$, il a fallu qu'il s'écoule (H_2-H_1) minutes sidérales; pour que la latitude de la Lune varie de $1'$, il faudra donc qu'il s'écoule $\lambda_1+\lambda_2$ fois moins de temps, c'est-à-dire $\frac{H_2-H_1}{\lambda_1+\lambda_2}$ minutes, et, pour qu'elle varie de λ_1 minutes, il faudra λ_1 fois plus de temps, c'est-à-dire $\frac{H_2-H_1}{\lambda_1+\lambda_2}\times\lambda_1$ minutes sidérales.

On aura donc .

$$H_0=H_1+\frac{H_2-H_1}{\lambda_1+\lambda_2}\times\lambda_1.$$

H_0 étant connue, il est maintenant facile de calculer la longitude correspondante, c'est-à-dire la longitude $\mathcal{L}_0$ du nœud.

En effet, soient $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ les longitudes de la Lune qui correspondent aux heures H_1 et H_2. Puisque, en H_2-H_1 minutes sidérales, la longitude a varié de $\mathcal{L}_2-\mathcal{L}_1$, en 1 minute de temps sidéral elle a varié de $\frac{\mathcal{L}_2-\mathcal{L}_1}{H_2-H_1}$. La variation en H_0-H_1 minutes est donc :

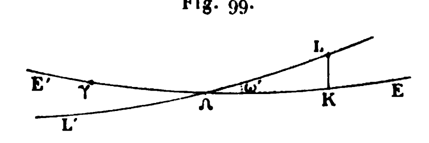
$$\frac{\mathcal{L}_2-\mathcal{L}_1}{H_2-H_1}\times(H_0-H_1),$$

de sorte que l'on peut écrire :

$$\mathcal{L}_0=\mathcal{L}_1+\frac{\mathcal{L}_2-\mathcal{L}_1}{H_2-H_1}(H_0-H_1).$$

2° *Détermination de l'obliquité de la trajectoire de la Lune.* — L (*fig.* 99) étant une position de la Lune sur sa trajectoire,

Fig. 99.



observons à cet instant son Æ et sa D : nous en déduirons par le

calcul les valeurs de la latitude λ et de sa longitude $\mathcal{L}$. Or, dans le triangle L☊K, on a :

$$\tang LK = \sin ☊K \tang \omega',$$

c'est-à-dire

$$\tang \lambda = \sin(\mathcal{L} - \mathcal{L}_0) \tang \omega',$$

et, par conséquent,

$$\tang \omega' = \frac{\tang \lambda}{\sin(\mathcal{L} - \mathcal{L}_0)}.$$

En calculant ω' par ce procédé, on trouve pour l'obliquité une valeur qui oscille périodiquement entre 5°17′35″ et 5°00′01″ : sa valeur moyenne est donc de 5°08′48″, ou, en chiffres ronds, de 5°09′.

285. *Rétrogradation de la ligne des nœuds.* — En traçant la trajectoire apparente de la Lune sur la sphère étoilée à différentes époques, on constate que cette trajectoire n'est pas fixe parmi les étoiles : son obliquité reste sensiblement constante, mais la ligne des nœuds se déplace rapidement sur l'écliptique, en sens inverse du mouvement diurne apparent, exactement de 3′10″6 par jour moyen. La ligne des nœuds effectue donc une rotation complète en 18 ans $\frac{2}{3}$ environ : ce mouvement de rétrogradation est d'ailleurs à peu près uniforme. En raisonnant absolument comme nous l'avons fait à propos du point vernal (**214**), nous verrions que, par suite de ce mouvement de rétrogradation de la ligne des nœuds, l'axe de la trajectoire de la Lune décrit en 18 ans $\frac{2}{3}$, autour de l'axe de l'écliptique, un cône de révolution dont le demi-angle au sommet est d'environ 5°09′.

Le mouvement du plan de la trajectoire de la Lune parmi les étoiles est donc analogue à celui de l'équateur terrestre, mais il est, comme on vient de le voir, beaucoup plus rapide.

286. *Influence de la rétrogradation de la ligne des nœuds sur la déclinaison maxima de la Lune.* — Par suite du mouvement de rétrogradation de la ligne des nœuds, l'angle que la trajectoire apparente de la Lune forme avec l'équateur varie constamment : cet angle dépend, en effet, de la position du nœud ascendant par rapport au point vernal.

Pour le montrer, soient QQ′ (*fig.* 100) l'équateur, EE′ l'écliptique, LL′ l'orbite lunaire, γ le point vernal et ☊ le nœud ascendant.

L'inclinaison I de l'orbite lunaire sur l'équateur est donc l'angle

L'KQ. Or, dans le triangle sphérique $K\gamma\Omega$, on connaît

$$\Omega\gamma K = \omega, \qquad \gamma\Omega K = \omega', \qquad \gamma\Omega = \mathcal{L}_{\Omega};$$

ce triangle est donc déterminé et donne

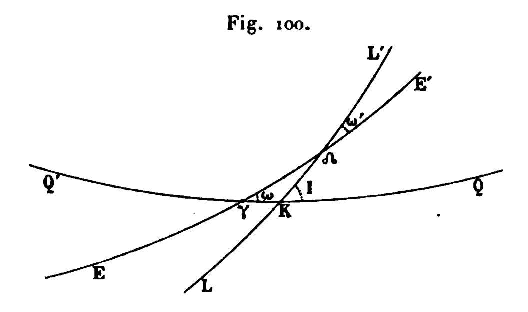
$$\cos\gamma K\Omega = -\cos\omega\cos\omega' + \sin\omega\sin\omega'\cos\mathcal{L}_{\Omega},$$

c'est-à-dire

$$(1) \qquad \cos I = \cos\omega\cos\omega' - \sin\omega\sin\omega'\cos\mathcal{L}_{\Omega}.$$

Comme ω et ω' sont sensiblement constants, cette formule montre que I ne conserve pas la même valeur parce que $\mathcal{L}_{\Omega}$ varie. Cherchons donc entre quelles limites peut varier I, c'est-à-dire cherchons le

Fig. 100.



maximum et le minimum de cet élément : I sera maximum lorsque $\cos I$ aura la valeur la plus petite possible, c'est-à-dire quand le terme $\sin\omega\sin\omega'\cos\mathcal{L}_{\Omega}$, qui varie seul, aura sa valeur maxima et se retranchera du terme $\cos\omega\cos\omega'$. Ce maximum aura donc lieu quand on aura $\cos\mathcal{L}_{\Omega} = +1$, c'est-à-dire $\mathcal{L}_{\Omega} = 0°$, ou encore, quand le nœud ascendant coïncidera avec l'équinoxe du printemps. La relation (1) deviendra alors :

$$\cos I = \cos\omega\cos\omega' - \sin\omega\sin\omega' = \cos(\omega + \omega'),$$

et comme I et $\omega + \omega'$ sont tous deux plus petits que 90°, il en résulte que le maximum d'inclinaison a pour valeur :

$$I = \omega + \omega' = 23°27' + 5°09' = 28°36'.$$

De même I sera minimum quand $\cos I$ sera le plus grand possible, ce qui aura évidemment lieu quand le terme $\sin\omega\sin\omega'\cos\mathcal{L}_{\Omega}$ sera additif et maximum, c'est-à-dire lorsque $\mathcal{L}_{\Omega}$ sera égal à 180°. On

aura alors :

$$\cos I = \cos\omega \cos\omega' + \sin\omega \sin\omega' = \cos(\omega - \omega'),$$

c'est-à-dire

$$I = \omega - \omega' = 23°27' - 5°09' = 18°18'.$$

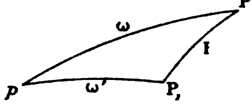
Il résulte de là que, pendant chacune de ses révolutions, la déclinaison de la Lune passe par un maximum qui est précisément égal à l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'équateur, maximum qui est toujours compris entre 28°36′ et 18°18′.

Le nœud ascendant faisant un tour complet de l'écliptique en 18 ans $\frac{2}{3}$ environ, il en résulte qu'en 9 ans $\frac{1}{3}$, la déclinaison maxima de la Lune varie entre 28°36 et 18°18′.

287. *Remarque.* — On peut encore montrer, de la manière suivante, que la déclinaison maxima de la Lune est toujours comprise entre $\omega + \omega'$ et $\omega - \omega'$.

Considérons, en effet, le triangle sphérique PpP_1 (*fig.* 101) formé

Fig. 101.



par le pôle céleste P, le pôle de l'écliptique p et le pôle P_1 de l'orbite lunaire. On a évidemment

$$Pp = \omega, \qquad PP_1 = I, \qquad P_1p = \omega'.$$

et, comme on sait que dans tout triangle sphérique un côté quelconque est plus petit que la somme des deux autres et plus grand qne leur différence, il en résulte que

$$\omega - \omega' < I < \omega + \omega'.$$

Mouvement elliptique.

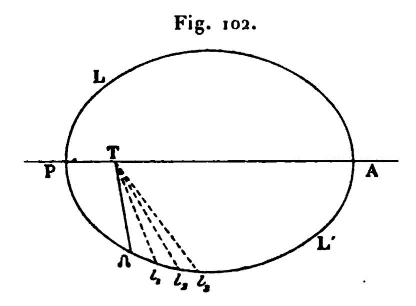
288. Dans ce qui précède nous n'avons tenu aucun compte de la distance de la Lune à la Terre : nous avons donc simplement prouvé que la Lune se meut, dans l'espace, sur une trajectoire située tout entière dans un plan contenant le centre de la Terre, plan dont

l'intersection avec la sphère étoilée est la trajectoire apparente de la Lune.

Il nous reste donc simplement à déterminer la nature de la courbe décrite par la Lune dans l'espace, et la loi suivant laquelle elle la parcourt.

289. *Détermination de l'orbite lunaire.* — En déterminant chaque jour le demi-diamètre central de la Lune, et en calculant les angles que les rayons vecteurs successifs forment avec la ligne des nœuds T☊ (*fig.* 102), on constate, en suivant une marche absolument

Fig. 102.

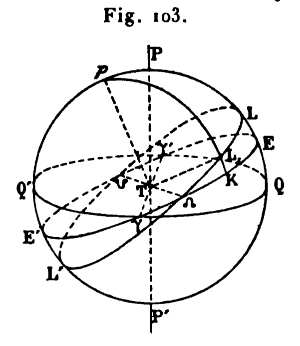


semblable à celle que nous avons employée pour la détermination de l'orbite solaire, que la Lune décrit en 27 jours $\frac{1}{3}$, et dans le sens direct, une ellipse LL' dont la Terre occupe un des foyers. Son excentricité est d'environ $\frac{1}{18}$.

Si AP est le grand axe de cette ellipse, le point P le plus voisin de la Terre est le *périgée;* le point A est l'*apogée*.

290. *Remarque.* — La détermination des angles que les rayons

Fig. 103.



vecteurs successifs de la Lune forment avec la ligne des nœuds se fait sans difficulté de la manière suivante : soient P (*fig.* 103) le pôle

céleste nord, p le pôle nord de l'écliptique, QQ' l'équateur, EE' l'écliptique, LL' l'orbite lunaire apparente, γ le point vernal, ☊ le nœud ascendant et L_1 une position de la Lune.

L'angle qu'il s'agit de déterminer est l'angle ☊TL_1 ou l'arc ☊L_1 qui le mesure.

Or le triangle sphérique rectangle ☊L_1K donne

$$\cos ☊L_1 = \cos ☊K \cos KL_1,$$

c'est-à-dire, en désignant par λ☾ la latitude de la Lune,

$$\cos ☊L_1 = \cos ☊K \cos \lambda ☾.$$

Or, sur la figure, on voit que

$$☊L = \gamma K - \gamma ☊,$$

c'est-à-dire

$$☊K = \mathcal{L}_{☾} - \mathcal{L}_{☊}.$$

On a donc finalement, en désignant ☊L_1 par α_1,

$$\cos \alpha_1 = \cos(\mathcal{L}_{☾} - \mathcal{L}_{☊}) \cos \lambda_{☾}.$$

291. *Mouvement de la Lune sur son orbite : Loi des aires.* — L'angle que le rayon vecteur de la Lune forme avec la ligne des nœuds ne varie pas proportionnellement au temps : on peut s'en assurer en évaluant les angles balayés par le rayon vecteur.

Mais, si l'on évalue les aires décrites pendant des intervalles de temps égaux, on reconnaît que ces aires sont égales.

On peut donc dire que : ***Les aires balayées par le rayon vecteur de la Lune, dans son mouvement sur son orbite, sont proportionnelles aux temps employés à les parcourir.***

La Lune suit donc, comme le Soleil, la loi des aires.

292. *Détermination des éléments de l'orbite lunaire.* — En suivant une marche semblable à celle que nous avons exposée à propos du Soleil, on trouve les résultats suivants :

Excentricité = 0,0549, soit $\frac{1}{18}$ environ,
Grand axe = 120 rayons terrestres environ.

Enfin, en calculant à diverses époques l'écart angulaire entre le nœud ascendant et le périgée, on a reconnu que le périgée de la Lune était animé, dans le sens direct, d'un mouvement qui lui fait

faire un tour complet de l'orbite en un peu moins de 9 ans, exactement en 3232,57 jours moyens. Le déplacement du périgée lunaire en un jour moyen est donc de 6′41″.

Diverses révolutions lunaires.

293. *Révolution tropique.* — On appelle *révolution tropique de la Lune* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs de cet astre à l'équinoxe du printemps déplacé par la précession.

Pour calculer la valeur de la révolution tropique de la Lune, on détermine, à deux époques très éloignées, le moment précis où la longitude de la Lune passe par la valeur zéro, puis on divise le temps écoulé par le nombre de révolutions qui ont eu lieu dans l'intervalle.

On trouve ainsi :

$$\text{Révol. trop.} = 27^{\text{j.m.}}\, 7^{\text{h}}\, 48^{\text{m}}\, 04^{\text{s}},7 = 27^{\text{j.m.}},321\,582,$$

ce qui donne 13°10′35″ pour mouvement moyen de la Lune en un jour moyen.

294. *Révolution sidérale.* — On appelle *révolution sidérale de la Lune* le temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs de cet astre à la même étoile ou à l'équinoxe supposé fixe.

Elle est un peu plus longue que celle de la révolution tropique à cause du mouvement rétrograde du point vernal :

sa valeur est de $27^{\text{j.m.}}\,321\,661$ ou de $27^{\text{j.m.}}\, 07^{\text{h}}\, 43^{\text{m}}\, 11^{\text{s}},5$.

295. *Révolution anomalistique.* — On appelle *révolution anomalistique* le temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs de la Lune au périgée. Elle est plus grande que celle de la révolution sidérale à cause du mouvement direct du périgée lunaire :

sa valeur est de $27^{\text{j.m.}}\, 13^{\text{h}}\, 18^{\text{m}}\, 37^{\text{s}},4$.

296. *Révolution draconitique.* — On appelle *révolution draconitique* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages consécutifs de la Lune à son nœud ascendant.

Elle est plus petite que la révolution sidérale à cause du mouvement rétrograde du nœud :

sa valeur est de $27^{\text{j}}\, 05^{\text{h}}\, 05^{\text{m}}\, 36^{\text{s}}$.

297. *Révolution synodique.* — On appelle *révolution synodique de la Lune* l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux retours consécutifs de la Lune à la même longitude que le Soleil. On lui donne encore le nom de *lunaison* ou de *mois lunaire*. Au bout d'une révolution synodique le ☉ et la ☾ se retrouvant dans la même position relative par rapport à la Terre, il en résulte que tous les phénomènes luni-solaires se reproduisent périodiquement, dans le même ordre, pendant chaque révolution synodique.

La révolution synodique a pour valeur, en jours moyens :

$$L = 29^{j}\,12^{h}\,44^{m}\,02^{s},9 = 29^{j},53.$$

298. *Syzygies. Quadratures.* — Lorsque le Soleil et la Lune ont la même longitude, on dit qu'ils sont en *conjonction* ou que la Lune est *nouvelle*. Lorsque leurs longitudes diffèrent de 180°, on dit que les deux astres sont en *opposition*.

Lorsqu'il y a conjonction ou opposition, on dit aussi que les deux astres sont en *syzygie*. Lorsque les longitudes du Soleil et de la Lune diffèrent de 90°, on dit que ces astres sont en *quadrature*.

299. *Calendrier lunaire.* — Les Turcs et les Arabes utilisent la lunaison pour mesurer le temps : leur année est composée de 12 mois, alternativement de 29 et 30 jours, ce qui suppose la lunaison égale à $29^{j.m.},5$.

Comme la valeur de la lunaison est exactement de $29^{j.m.},53$, chaque année lunaire est donc trop courte de $0^{j.m.},03 \times 12$ ou $0^{j.m.},36$, ce qui fait 9 jours moyens en 25 ans.

Pour maintenir l'accord entre leur année et les lunaisons, les musulmans doivent donc intercaler 9 jours supplémentaires par période de 25 ans.

L'année musulmane, comprenant normalement $29,5 \times 12$ ou 354 jours, est plus courte que l'année tropique d'environ 11 jours.

II. — FORME ET DIMENSIONS DE LA LUNE. PHÉNOMÈNES DIVERS.

---

300. *Forme de la Lune.* — Si la Lune se présentait toujours à nous sous l'apparence d'un disque parfaitement circulaire, ainsi que

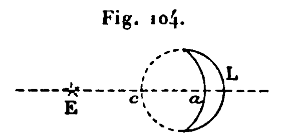
cela a lieu à chaque opposition, sa forme serait évidemment sphérique.

Bien que cet astre se présente à nous sous les aspects les plus variés, sa forme est pourtant celle d'une sphère, car les diverses apparences de la Lune ne peuvent s'expliquer, comme nous le verrons un peu plus loin, qu'en regardant cet astre comme un corps sphérique opaque.

D'ailleurs, un phénomène qui se répète assez fréquemment, prouve d'une manière indiscutable que la partie du disque qui disparaît à certains moments existe néanmoins toujours : ce phénomène est celui des *occultations* d'étoiles par la Lune.

Quand la Lune nous apparaît en effet sous la forme d'un croissant

Fig. 104.



(*fig.* 104), il arrive parfois que ce croissant, en se déplaçant parmi les étoiles, vient passer sur l'une d'elles E.

Or, on constate que l'étoile disparaît ou apparaît toujours, du côté des cornes du croissant, bien avant qu'elle ne soit atteinte par le bord concave *a* : elle devient visible ou invisible au moment précis où elle doit être atteinte par le bord *c* du disque, supposé circulaire et complet.

301. *Rayon. Surface. Volume.* — On sait que, si l'on détermine simultanément la parallaxe horizontale et le demi-diamètre de la Lune, on a :

$$r' = \frac{d}{\pi} r.$$

Si donc on remplace dans cette formule d et π par leurs valeurs moyennes qui sont, comme on le sait,

$$d = 15' + 5'' = 945'', \qquad \pi = 57' 42'' = 3462'',$$

on obtient :

$$r' = \frac{945}{3462} r = 0,273\, r,$$

ou, sensiblement,

$$r' = \frac{3}{11} r,$$

ce qui donne pour r' environ 1700^{km}.

Connaissant le rapport $\frac{r'}{r} = 0,273$ il est facile d'en déduire la surface s' et le volume v' de la Lune, lorsqu'on prend pour unités la surface s et le volume v de la Terre. On sait en effet que :

$$\frac{s'}{s} = \frac{r'^2}{r^2} = (0,273)^2 = 0,074, \qquad \frac{v'}{v} = \frac{r'^3}{r^3} = (0,273)^3 = 0,020,$$

de sorte que :

$$s' = 0,074\,s, \qquad v' = 0,020\,v.$$

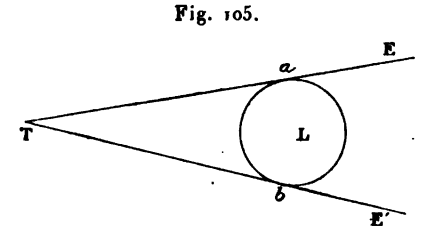
302. *Taches de la Lune. Constitution physique.* — Même à la vue simple, on aperçoit sur la surface du disque lunaire un certain nombre de taches.

Contrairement à ce qui a lieu pour le Soleil, ces taches restent absolument fixes les unes par rapport aux autres et sont permanentes, de sorte qu'on doit les regarder comme des accidents de la surface de la Lune : c'est ce que confirme l'observation directe.

Si l'on examine, en effet, la surface de la Lune à l'aide de puissantes lunettes, on y distingue des *mers,* c'est-à-dire de vastes espaces de couleur grisâtre, et des *montagnes* dont on a pu mesurer la hauteur en déterminant, à l'aide de l'héliomètre, la longueur de leurs ombres. Ces montagnes ont des hauteurs considérables relativement au rayon de la Lune : certaines d'entre elles, en effet, atteignent 8000^m.

On aperçoit également à la surface de la Lune de profondes excavations de forme circulaire assez semblables, comme apparence, aux cratères des volcans terrestres, mais ayant des dimensions bien plus grandes. Souvent, il existe au milieu de ces cratères une montagne isolée en forme de pic.

Fig. 105.



La Lune n'a pas d'atmosphère : on ne voit jamais, en effet, de nuages obscurcir sa surface. D'ailleurs, quand cet astre en vertu de son mouvement propre vient passer devant une étoile E (*fig.* 105), on voit celle-ci disparaître et réapparaître brusquement sans que l'on

puisse saisir la trace d'une extinction progressive des rayons lumineux.

De plus, le temps pendant lequel l'étoile est *occultée* est rigoureusement égal à celui que l'on calcule en supposant la Lune dépourvue d'atmosphère : il n'en serait certainement pas ainsi si la Lune était entourée d'une couche gazeuse, à cause de la réfraction que subiraient les rayons lumineux T*a* et T*b*.

La Lune n'ayant pas d'atmosphère est, par conséquent, dépourvue d'eau et par suite de végétation.

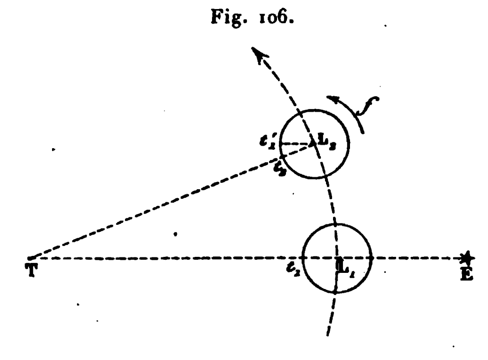
Enfin, l'absence de toute atmosphère fait que le froid doit être très intense à la surface de la Lune, puisque rien ne s'oppose à la déperdition calorifique.

En résumé, la Lune est un corps solide, de forme sphérique, sur lequel on ne constate aucune manifestation de vie mécanique ou géologique et dont la surface paraît avoir été tourmentée par de violentes actions volcaniques.

303. *Rotation de la Lune.* — En comparant les anciennes représentations de la surface de la Lune à celles que l'on obtient actuellement par la photographie, on constate que les taches qu'on y remarque conservent toujours sensiblement la même position par rapport au centre du disque, de sorte que notre satellite nous a constamment présenté la même face.

Il est facile d'en conclure que la Lune tourne sur elle-même, dans

Fig. 106.



le sens direct, autour d'un axe perpendiculaire au plan de son orbite. Soient, en effet, L_1 (*fig.* 106) la position de la Lune sur son orbite au moment où elle se trouve dans la direction d'une étoile E et t_1 une tache du disque vue dans la direction Tt_1.

Quelques jours plus tard, lorsque la Lune sera venue en L_2, il

résulte de ce que nous venons de dire que l'on aperçoit encore la tache t_1 très sensiblement en t_2, dans la direction TL_2. Or, si la Lune ne tournait pas sur elle-même, quand elle occupe la position L_2, on devrait voir la tache t_1 en t'_1, la droite $L_2 t'_1$ étant parallèle à TL_1. Puisque la tache est en t_2 il faut donc que la Lune ait tourné, dans le sens de la flèche f, précisément d'un angle $t'_1 L_2 t_2$ égal à l'angle $L_1 T L_2$ décrit par le rayon vecteur dans le même temps.

Cette rotation a d'ailleurs lieu autour d'un axe à peu près perpendiculaire au plan $L_1 T L_2$, puisque la tache t_1 occupe toujours sensiblement la même place par rapport au centre du disque lunaire.

Cette rotation est de plus une rotation uniforme, car la Mécanique céleste nous apprend qu'il ne peut en être autrement : sa durée est rigoureusement égale à celle de la révolution sidérale, car, s'il y avait une différence quelconque entre ces deux durées, au bout d'un temps suffisamment long on finirait par voir successivement toute la surface de la Lune, contrairement à ce que l'on a constaté.

304. *Librations de la Lune.* — A la vue simple les taches du disque lunaire paraissent conserver exactement la même position; mais, si on les observe attentivement pendant plusieurs jours à l'aide d'une bonne lunette, on constate qu'elles se déplacent sur le disque en oscillant de part et d'autre d'une position moyenne. Comme à une même époque les déplacements ont toujours lieu dans le même sens, il en résulte que la Lune semble animée d'une sorte de balancement autour de son centre.

Ce mouvement particulier de la Lune, découvert par Galilée, a reçu le nom de *libration :* il est dû à trois causes distinctes produisant chacune une libration particulière que nous allons étudier séparément.

305. *Libration en longitude.* — Si l'on repère soigneusement les taches du disque lunaire à l'aide de l'héliomètre, on constate que, lorsque la Lune parcourt sa trajectoire, ces taches oscillent en longitude de part et d'autre d'une position moyenne qu'elles occupent au moment où la Lune passe au périgée et à l'apogée. On constate, en outre, que ces taches se trouvent dans l'est de leur position primitive lorsque la Lune va du périgée à l'apogée et dans l'ouest lorsque la Lune va de l'apogée au périgée.

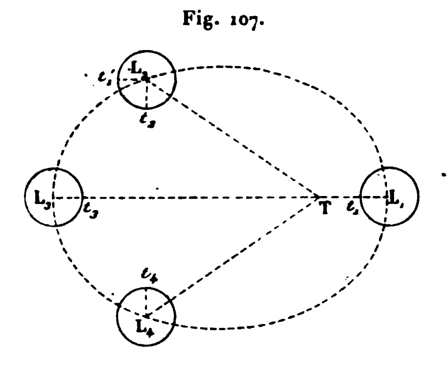
Tout se passe donc comme si la Lune avait un balancement de l'est à l'ouest et *vice versa* autour d'un axe perpendiculaire au plan de

son orbite. C'est ce balancement de la Lune que l'on désigne sous le nom de *libration en longitude*.

Il est facile de voir que la libration en longitude est due à ce que le mouvement de rotation de la Lune sur son axe est uniforme, tandis que celui de translation autour de la Terre ne l'est pas.

Considérons, en effet, l'orbite lunaire $L_1L_2L_3L_4$ (*fig.* 107) et soit TL_2 le rayon vecteur qui partage la demi-ellipse $L_1L_2L_3$ en deux parties équivalentes. Le temps mis par la Lune pour aller de L_1 en L_2 sera, en vertu de la loi des aires, égal à la moitié du temps nécessaire

Fig. 107.



pour aller de L_1 en L_3. Par conséquent, la Lune tournant uniformément sur elle-même, la tache t_1 qui serait en t'_1 si l'astre ne tournait pas, sera en t_2, l'angle $t'_1 L_2 t_2$ étant égal à 90° : cette tache paraîtra donc bien à l'est du centre du disque.

Ainsi donc, la Lune allant de L_1 en L_2, la tache se sera déplacée vers l'est, puis, la vitesse de translation de l'astre allant en diminuant tandis que sa vitesse de rotation reste constante, la tache se rapprochera peu à peu du centre qu'elle atteindra lorsque la Lune arrivera en L_3 puisque à ce moment le rayon vecteur aura effectué un demi-tour complet et la Lune une demi-révolution.

On verrait absolument de même que, lorsque la Lune va de L_3 en L_1, la tache paraît être à l'ouest du centre du disque.

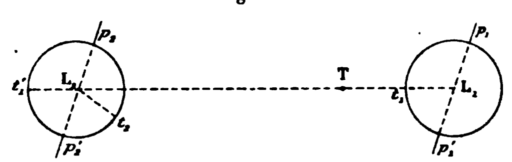
306. *Libration en latitude.* — La Lune nous paraît également avoir un léger balancement de haut en bas autour d'un axe situé dans le plan de son orbite. Si l'on examine attentivement, en effet, une tache centrale au moment où la Lune est à son périgée, on constate le phénomène suivant : pendant que la Lune va du périgée à l'apogée, on voit la tache s'abaisser progressivement au-dessous du plan de

l'orbite lunaire jusqu'à un certain maximum qu'elle atteint lorsque la Lune arrive à l'apogée; la tache se rapproche ensuite du centre pendant que la Lune va de l'apogée au périgée et elle reprend sa position initiale au moment où la Lune revient au périgée.

C'est ce mouvement particulier de la Lune qui a reçu le nom de *libration en latitude.*

Il est facile de voir que cette libration est due à ce que l'axe de rotation de la Lune n'est pas rigoureusement perpendiculaire sur le plan de l'orbite. Prenons, en effet, pour plan de la figure 108, celui qui

Fig. 108.



passe par le centre T de la Terre et l'axe de rotation $p_1 p'_1$ de la Lune lorsque cet astre est en L_1 et soit t_1 une tache placée exactement au centre du disque à cet instant.

Lorsque, par suite de son mouvement, la Lune occupe la position L_2, diamétralement opposée, la tache t_1 serait en t'_1 si l'astre s'était transporté parallèlement à lui-même. Mais, comme dans son mouvement de L_1 en L_2 la Lune a tourné de 180° autour de son axe, la tache t_1 sera en réalité en t_2.

Il est clair d'ailleurs que la tache t_2 reviendra occuper la position t_1 lorsque la Lune ira de L_2 en L_1.

La libration en latitude est donc bien la conséquence de l'inclinaison de l'axe de la Lune sur le plan de l'orbite lunaire : cette inclinaison a été trouvée égale à 83°,5. La période de cette libration a évidemment pour valeur celle de la révolution sidérale de la Lune.

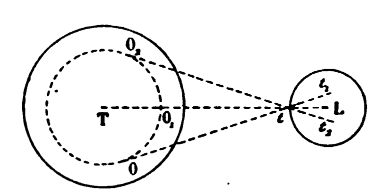
307. *Libration diurne.* — Enfin, il existe un troisième balancement de la Lune, beaucoup plus faible que les précédents et dont la période est d'un jour lunaire, ce qui lui a fait donner le nom de *libration diurne.*

Cette libration consiste en un mouvement de va-et-vient de l'est à l'ouest et réciproquement : elle est due, comme nous allons le montrer, au déplacement de l'observateur, occasionné par la rotation de la Terre sur son axe.

Si nous faisons en effet abstraction des deux librations précédentes,

un observateur placé au centre de la Terre verrait toujours la même tache au centre du disque lunaire. Mais, comme l'observateur est placé à la surface et non au centre de la Terre, il décrit, par suite du mouvement diurne, un parallèle OO_1O_2 (*fig.* 109). Il suffit de

Fig. 109.



regarder la figure pour voir qu'au moment où la Lune se lève, l'observateur qui se trouve alors en O voit la tache t en t_1, c'est-à-dire à l'est du centre L du disque.

Il en est de même jusqu'au moment où l'observateur, venu en O_1, voit passer la Lune au méridien; à cet instant il aperçoit la tache t exactement au centre.

Enfin, entre le moment du passage de la Lune au méridien et celui de son coucher, l'observateur voit la tache t à droite du centre du disque, c'est-à-dire à l'ouest de ce centre.

D'ailleurs le temps qui s'écoule entre les instants précis où la tache passe au centre du disque étant celui qui sépare deux passages méridiens consécutifs, il en résulte que la période de la libration diurne est d'un jour lunaire.

308. *Remarque.* — Par suite des librations, on voit que nous apercevons un peu plus d'un hémisphère lunaire. Il n'y a guère, en effet, que les $\frac{3}{7}$ environ de la surface de la Lune qui restent constamment invisibles de la Terre.

309. *Phases de la Lune.* — La Lune ne se présente pas constamment à nous sous la forme d'un disque brillant; son aspect change continuellement, mais reprend périodiquement la même forme.

Les apparences diverses sous lesquelles nous apercevons notre satellite sont ce que l'on appelle les *phases de la Lune.*

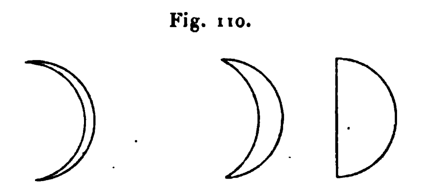
Voici en quoi consistent ces phases : au moment où la Lune est en conjonction, elle est complètement invisible à cause de l'éclat

prédominant du Soleil qui se trouve très sensiblement dans sa direction : la Lune est dite *nouvelle* au moment précis de la conjonction.

La phase appelée *nouvelle lune* commence au moment de la conjonction et finit 7 jours $\frac{1}{2}$ après environ, lorsque la Lune, par suite de son mouvement en longitude, est en quadrature avec le Soleil.

Pendant cette phase, la Lune se montre à nous sous la forme d'un croissant très mince, dont la convexité est tournée du côté du Soleil (*fig.* 110). Ce croissant, qui passe au méridien entre midi et 6^h,

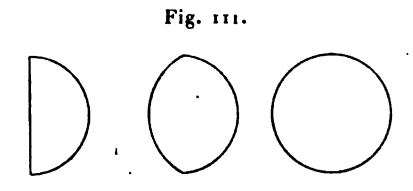
Fig. 110.



chaque jour 50 minutes plus tard que la veille environ, augmente peu à peu d'épaisseur jusqu'à devenir un demi-cercle au moment de la quadrature, c'est-à-dire du *premier quartier*.

La phase appelée *premier quartier* commence au moment de la quadrature et finit au moment de l'opposition, soit 14 jours $\frac{3}{4}$ environ après la conjonction. Pendant cette phase, la Lune se montre à nous sous l'apparence d'un demi-cercle qui prend peu à peu la forme d'une lentille bi-convexe (*fig.* 111), dont la partie la plus bombée est

Fig. 111.



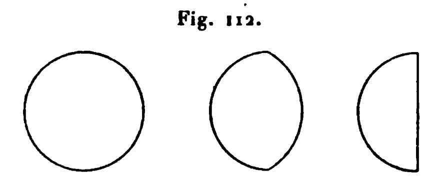
tournée vers le Soleil. Cette lentille, qui passe au méridien entre 6^h du soir et minuit, chaque jour 50 minutes plus tard que la veille environ, augmente peu à peu d'épaisseur, jusqu'à devenir un cercle parfait au moment de l'opposition, de la *pleine lune* ou du *deuxième quartier*.

La phase appelée *pleine lune* commence au moment de l'opposition et finit au moment de la quadrature suivante, soit environ 22 jours après la conjonction. Pendant cette phase, la Lune se montre à nous d'abord sous la forme d'un cercle parfait qui s'aplatit peu à peu dans l'ouest, en prenant l'apparence d'une lentille bi-convexe

dont la partie la plus bombée est tournée vers le Soleil (*fig.* 112). Cette lentille, qui passe au méridien entre minuit et 6h du matin, chaque jour 50 minutes plus tard que la veille environ, diminue peu à peu d'épaisseur jusqu'à devenir un demi-cercle au moment de la quadrature, c'est-à-dire du *dernier quartier*.

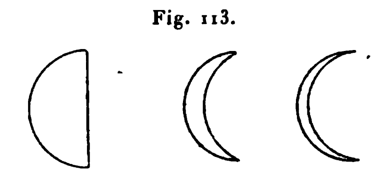
La phase appelée *dernier quartier* commence au moment de la quadrature et finit au moment de la conjonction, c'est-à-dire 29 jours $\frac{1}{2}$ environ après la conjonction précédente.

Fig. 112.



Pendant cette phase, la Lune se montre à nous sous la forme d'un demi-cercle dont la convexité est tournée vers le Soleil. Le côté rectiligne de ce demi-cercle s'échancre peu à peu en donnant à la Lune l'apparence d'un croissant de plus en plus mince (*fig.* 113) qui finit par disparaître au moment de la conjonction.

Fig. 113.



Pendant cette période, la Lune passe au méridien entre 6h du matin et midi, chaque jour 50 minutes plus tard que la veille environ.

310. *Explication des phases de la Lune.* — Les phases de la Lune s'expliquent très facilement si l'on admet que cet astre est un corps sphérique opaque dont une moitié seulement est éclairée : celle qui fait face au Soleil.

Pour le montrer, prenons pour plan de la figure 114 celui de l'orbite lunaire et, pour plus de simplicité, supposons ce plan confondu avec celui de l'écliptique; cette supposition ne change pas les apparences d'une manière appréciable, puisque ces deux plans sont très peu inclinés l'un sur l'autre.

Les dimensions de l'orbite lunaire étant extrêmement petites vis-à-vis de la distance à laquelle se trouve le Soleil, nous supposerons

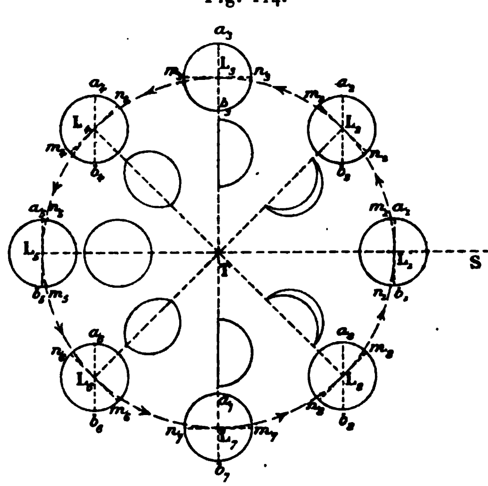
que les rayons solaires venant éclairer la Lune sont parallèles, quelle que soit la position de cet astre sur son orbite.

De plus, comme le Soleil et la Lune ont un mouvement en longitude dans le même sens, nous supposerons le Soleil immobile à condition de donner à la Lune son mouvement angulaire relatif par rapport au Soleil.

Ceci posé, soient T le centre de la Terre, L_1, L_2; L_3, ..., les positions successivement occupées par la Lune sur sa trajectoire et TS la direction des rayons lumineux émanés du Soleil.

Quand la Lune est en L_1, au moment de la conjonction ou de la nouvelle lune, la partie de sa surface, visible de la Terre, est limitée par la circonférence de contact du cône circonscrit à la Lune et qui a le point T pour sommet. Vu l'éloignement de la Lune, cette circonférence peut être considérée comme confondue avec le grand cercle,

Fig. 114.



perpendiculaire au plan de la figure, qui se projette en $a_1 b_1$. La Lune est donc invisible pour nous puisque les rayons solaires n'éclairent cet astre que sur l'hémisphère opposé à la Terre.

Environ 4 jours après, la Lune étant en L_2, a un écart en longitude de 45° avec le Soleil; elle passe donc au méridien 3 heures après lui, c'est-à-dire vers 3^h de l'après-midi : on dit que la Lune est alors au *premier octant*.

Or, dans cette position, l'hémisphère de la Lune visible en T est limité par le grand cercle projeté suivant $m_2 n_2$, tandis que l'hémisphère éclairé est limité par le grand cercle $a_2 b_2$. La partie lumi-

neuse de la Lune, vue à ce moment par un observateur placé en T, est le fuseau $b_2L_2n_2$ dont l'angle est visiblement égal à la différence des longitudes de la Lune et du Soleil. L'observateur voit donc bien la Lune prendre l'apparence d'un croissant ayant ses cornes à l'opposé du Soleil, c'est-à-dire tournées vers l'est.

Quand la Lune est en L_3, au moment de la quadrature, l'hémisphère visible étant limité par le cercle projeté suivant m_3n_3, alors que la partie éclairée est limitée par le cercle a_3b_3, il en résulte que l'observateur placé en T aperçoit le fuseau $b_3L_3n_3$ sous la forme d'un demi-cercle lumineux dont le diamètre est tourné vers l'est.

L'écart en longitude du Soleil et de la Lune étant alors de 90°, la Lune passe au méridien vers 6^h du soir.

Quand la Lune est en L_4, c'est-à-dire au *troisième octant,* l'hémisphère visible étant limité par le cercle m_4n_4, alors que l'hémisphère éclairé est limité par le cercle a_4b_4, l'observateur placé en T aperçoit tout le fuseau commun à ces deux hémisphères, fuseau dont l'angle est égal à 135°. Il aperçoit donc la Lune sous la forme d'une lentille bi-convexe dont le bord le plus aplati est tourné vers l'est. D'ailleurs l'écart en longitude du Soleil et de la Lune étant de 9 heures, la Lune passe au méridien vers 9^h du soir.

Quand la Lune arrive en L_5, c'est-à-dire au moment de l'opposition ou de la pleine Lune, l'hémisphère visible et l'hémisphère éclairé étant confondus, l'observateur placé en T voit la Lune sous la forme d'un disque brillant parfaitement circulaire. La Lune passe du reste au méridien supérieur quand le Soleil passe au méridien inférieur, c'est-à-dire à minuit.

On verrait sans peine qu'à partir de ce moment les phases se reproduisent, mais en suivant un ordre inverse; cette seconde partie de la lunaison s'appelle le *décours.*

311. *Remarque.* — Il est important de remarquer que la période des phases est égale à la révolution synodique; on peut donc dire que la révolution synodique est la période de temps moyen qui sépare deux phases consécutives de même nom. On conçoit, d'après cela, qu'il soit facile de déterminer la valeur de la lunaison avec une grande exactitude en observant avec soin un grand nombre d'oppositions.

312. *Prédiction des phases de la Lune.* — La période des phases étant la révolution synodique et la loi de variation des longitudes du Soleil et de la Lune étant connue, pour prédire l'époque d'une phase,

il suffit de calculer par interpolation les époques où les différences en longitude de ces deux astres seront de 0°, 90°, 180°, 270°.

On peut aussi, pour faire cette prédiction d'une manière approchée, se servir du *cycle lunaire :* on appelle ainsi une période de 19 années tropiques. Comme ces 19 années tropiques renferment 235 lunaisons plus 1 heure 28 minutes 38 secondes 5, il en résulte qu'au bout du cycle lunaire, découvert par Méthon, les mêmes dates de l'année tropique ramèneront les mêmes phases.

Le numéro d'ordre d'une année dans un cycle lunaire a reçu le nom de *nombre d'or,* et, comme l'on a commencé un cycle un an avant notre ère, il en résulte que, pour avoir le nombre d'or d'une année quelconque, il suffit de chercher le reste de la division par 19 du millésime de cette année, augmenté d'une unité.

Les phases de la Lune se reproduisent évidemment aux mêmes dates, dans les années qui ont le même nombre d'or. On voit donc que, si l'on connaît les époques des phases de la Lune pendant un cycle, il est facile d'en déduire les époques des phases de la Lune pour une date quelconque dans un autre cycle.

313. *Age de la Lune. Épacte.* — Pendant le jour astronomique dont le commencement arrive immédiatement après une conjonction, on dit que l'âge de la Lune est 1. Pendant les jours suivants, l'âge de la Lune est 2, 3, 4, ... jusqu'à 29 ou 30 alternativement.

D'après cela, il est clair que le même âge de la Lune correspond à la même phase.

L'*épacte* est l'âge de la Lune le 1er janvier : l'épacte est 0 quand le nombre d'or est 1.

Comme l'année tropique contient environ 12 lunaisons et 11 jours, l'épacte est donc successivement : XI, XXII, XXXIII ou III ... en considérant chaque lunaison comme valant 30 jours.

L'épacte d'une année quelconque s'obtient, par suite, en multipliant par 11 le nombre d'or diminué d'une unité et en divisant le reste par 30; le reste de la division sera l'épacte.

Cette manière de calculer l'épacte n'cst pas rigoureuse; le résultat pent différer d'une unité avec la valeur exacte.

Quoi qu'il en soit, connaissant l'épacte d'une année, il est facile d'en déduire l'âge de la Lune à une date donnée; il suffit pour cela d'ajouter à l'épacte le reste de la division par 29,5 (moyenne des lunaisons) du nombre de jours écoulés depuis le 1er janvier.

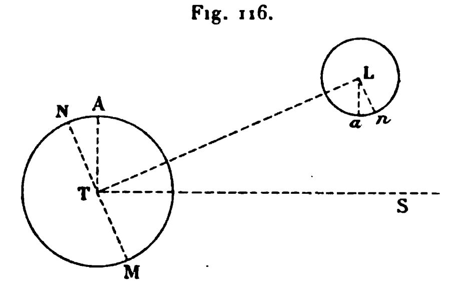
314. *Lumière cendrée.* — Au moment du premier et du dernier octant, lorsque la Lune se montre à nous sous la forme d'un croissant très mince, la partie non éclairée de cet astre est cependant visible pendant la nuit; elle apparaît faiblement éclairée et d'un diamètre plus petit que celui de la partie lumineuse (*fig.* 115); c'est

Fig. 115.

cette teinte grisâtre que prend alors le disque lunaire qui a reçu le nom de *lumière cendrée.* Il est facile d'expliquer ce phénomène en remarquant que la Terre, qui est un globe obscur éclairé par le Soleil, doit nécessairement présenter à la Lune des phases analogues à celles que nous montre notre satellite.

Soient, en effet, T (*fig.* 116) la Terre, TS la direction des rayons

Fig. 116.



solaires et L une position de la Lune sur son orbite quelques jours après la nouvelle lune.

Un observateur qui serait placé sur la Lune apercevrait le fuseau terrestre MTA, tandis que l'observateur placé en T apercevra le fuseau lunaire aLn, et il est visible que ces deux fuseaux sont supplémentaires.

Il en résulte que, lorsque nous voyons la Lune sous la forme d'un croissant très mince, un observateur placé sur la Lune verrait la Terre presque pleine.

La partie de la surface de la Lune, opposée au Soleil, sera donc

assez fortement éclairée par la Terre, qui est beaucoup plus grosse et prendra par suite l'apparence décrite plus haut.

A mesure que la partie éclairée de la Lune, visible de la Terre, deviendra plus grande, le fuseau terrestre qui éclaire la Lune par réflexion diminuera et, par suite, la lumière cendrée s'éteindra progressivement.

Pour expliquer la différence entre le diamètre de la partie lumineuse et celui de la partie cendrée, il suffit de se rappeler que, par suite du phénomène de l'irradiation, un cercle blanc paraît toujours plus grand qu'un cercle noir de même diamètre; de plus, les bords du globe lunaire recevant très obliquement les rayons réfléchis par la Terre, sont très faiblement éclairés et, par suite, invisibles.

III. — NOTIONS SUR LES ÉCLIPSES DE LUNE ET DE SOLEIL.

Éclipses de Lune.

315. Il arrive de temps en temps, à l'époque de la pleine Lune, que le disque de cet astre s'entame dans l'est; une échancrure s'y forme, augmente progressivement d'étendue puis diminue peu à peu et finit par disparaître, le disque redevenant ce qu'il était avant le commencement du phénomène.

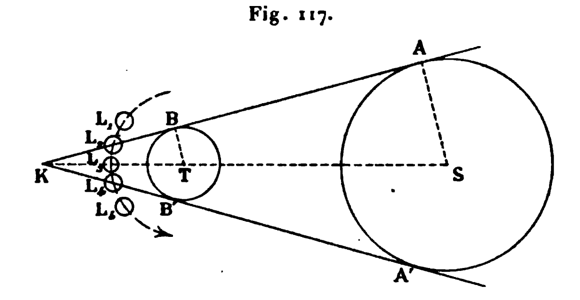
Quelquefois, l'échancrure augmente à tel point qu'elle envahit le disque entier; l'astre disparaît complètement pendant un certain temps, puis il reparaît, le disque se découvrant progressivement en nous présentant, en sens inverse, les mêmes phases qu'avant sa disparition. C'est le phénomène que nous venons de décrire qui est ce qu'on appelle une *éclipse de Lune* partielle ou totale.

316. *Explication des éclipses de Lune.* — Les éclipses de Lune ayant toujours lieu au moment de l'opposition, c'est-à-dire quand la Lune est pleine, il en résulte que ce phénomène ne se présente à nous que lorsque la Terre se trouve interposée entre la Lune et le Soleil. Il est alors facile de voir que l'éclipse de Lune est due à ce que la Terre, qui est opaque, intercepte une partie ou la totalité des rayons solaires dirigés vers le globe lunaire. Prenons, en effet, pour

plan de la figure 117 le plan de l'écliptique; soient S le Soleil et T la Terre. La Lune étant un corps opaque et obscur éclairé par le Soleil, projette derrière elle un cône d'ombre de sommet K, circonscrit à la fois au Soleil et à la Terre. Par suite, tout point situé à l'intérieur de ce cône se trouve plongé dans une obscurité complète.

Si donc la Lune peut pénétrer en totalité ou en partie dans ce

Fig. 117.



cône, elle disparaîtra entièrement ou partiellement et il y aura, par suite, éclipse totale ou partielle.

Les phases du phénomène seront d'ailleurs bien celles que nous avons constatées : en effet, la Lune tournant autour de la Terre, de l'ouest à l'est, c'est-à-dire dans le sens de la flèche (si nous nous supposons au pôle nord de l'écliptique), cet astre entrera peu à peu dans l'ombre. En L_2 le bord oriental du disque se trouvant à l'intérieur du cône d'ombre disparaîtra, et à mesure que la Lune s'avancera dans le sens de la flèche, l'échancrure augmentera jusqu'à ce que la Lune, arrivant en L_3, soit tout entière dans le cône d'ombre. Peu après on verra le bord oriental réapparaître (position L_4), puis successivement tout le disque.

317. *Remarque*. — Pour que l'explication que nous venons de donner soit acceptable, il nous faut montrer que le cône d'ombre, projeté par la Terre, est assez long pour rencontrer la Lune, et aussi que ses dimensions sont suffisamment grandes pour que la Lune puisse s'y noyer complètement.

Calculons donc la longueur TK du cône d'ombre projeté par la Terre. On voit sur la figure que :

$$\frac{KT}{KS} = \frac{TB}{SA},$$

on en déduit :

$$\frac{KT}{KS - KT} = \frac{TB}{SA - TB},$$

c'est-à-dire :

$$\frac{KT}{TS} = \frac{TB}{SA - TB},$$

et finalement :

$$KT = \frac{TS \times TB}{SA - TB}.$$

Si dans cette expression nous posons :

$$TB = r, \qquad SA = 109,17r, \qquad TS = 23500r,$$

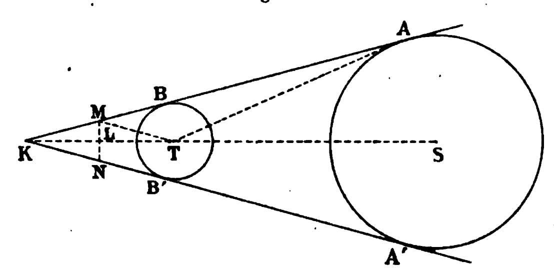
il vient :

$$KT = \frac{23500 \times r^2}{108,17r} = \frac{23500r}{108,17} = 217,2r.$$

La Lune, dont la distance à la Terre est au plus de 64 rayons terrestres, passera donc dans le cône d'ombre si elle est suffisamment voisine du plan de l'écliptique, c'est-à-dire si la latitude n'est pas trop considérable.

Montrons maintenant que le disque de la Lune peut disparaître complètement à l'intérieur du cône, et pour cela calculons le demi-diamètre apparent MTL ou MTK (*fig.* 118) de la section faite dans

Fig. 118.



le cône d'ombre par un plan MN éloigné du centre de la Terre de 64 rayons terrestres, distance maxima de la Lune à la Terre. Le triangle MTK donne :

$$MTK = BMT - MKT.$$

Or, BMT n'est autre chose que la parallaxe horizontale de la Lune quand elle pénètre dans le cône d'ombre, de sorte que l'on a :

$$MTK = \pi☾ - MKT.$$

Pour évaluer MKT traçons TA : le triangle AKT donne :

$$MKT = AKT = ATS - BAT,$$

et comme ATS n'est autre chose que $d\odot$, comme BAT représente très sensiblement $\pi\odot$, il vient finalement :

$$MKT = d\odot - \pi\odot,$$

et, par suite,

$$MTK = \pi☾ - d\odot + \pi\odot.$$

Si, dans cette relation, on pose :

$$\pi☾ = 57', \qquad d\odot = 16', \qquad \pi\odot = 9'',$$

il vient :

$$MTK = 57' - 16' + 9'' = 42'09''.$$

Le demi-diamètre de la Lune étant de $16'47''$ seulement, quand le centre de la Lune sera en L, ses bords seront entre les points M et N : la Lune disparaîtra alors complètement.

318. *Conditions de possibilité d'une éclipse de Lune.* — Pour que l'éclipse de Lune puisse avoir lieu, il faut que la Lune rencontre le cône d'ombre. Or, la Terre et le Soleil ayant leurs centres dans le plan de l'écliptique, il en résulte que si STK (*fig.* 119) représente

Fig. 119.

l'intersection du plan de l'écliptique avec le plan de la figure, il faudra que l'on ait, en désignant par λ la latitude de la Lune :

$$\lambda \leq LTK,$$

pour qu'il y ait commencement d'éclipse. Or :

$$LTK = LTM + MTK = d☾ + MTK,$$

et comme nous venons de voir que $MTK = \pi☾ - d\odot + \pi\odot$, on a :

$$LTK = d☾ + \pi☾ - d\odot + \pi\odot.$$

On devra donc avoir :

$$\lambda < d☾ + \pi☾ - d\odot + \pi\odot.$$

Cette quantité variant entre 52′ et 63′, il en résulte que l'éclipse partielle sera certaine si, au moment de l'opposition, on a $\lambda < 52'$ et impossible si λ est $> 63'$. Enfin, elle sera douteuse pour les valeurs intermédiaires.

Pour qu'il y ait éclipse de Lune, il faut donc qu'à l'opposition cet astre soit voisin d'un de ses nœuds.

319. *Visibilité d'une éclipse de Lune.* — Une éclipse de Lune étant due à ce que la Lune se trouve recouverte par l'ombre de la Terre, il en résulte que ce phénomène est visible à un instant donné en tous les lieux où la Lune est au-dessus de l'horizon, par conséquent de tous les points d'un même hémisphère terrestre.

Le maximum de durée d'une éclipse totale est d'environ 2 heures.

Éclipses de Soleil.

320. De temps à autre, à l'époque de la nouvelle Lune, mais à des intervalles irréguliers, il arrive que le disque du Soleil disparaît graduellement, en partie ou en totalité, nous présentant des phases analogues à celles des éclipses de Lune.

Lorsqu'une éclipse de Soleil a lieu, elle peut présenter les trois apparences suivantes : tantôt le disque du Soleil n'est couvert que partiellement par une tache noire qui cache l'un de ses bords, creusant dans le disque une échancrure le faisant ressembler à un croissant; tantôt le disque solaire est envahi tout entier par la tache noire; tantôt enfin, la tache, de forme absolument circulaire, est concentrique au disque du Soleil, et celui-ci se présente alors pendant quelques instants sous l'apparence d'un anneau brillant.

Dans le premier cas, on dit qu'il y a *éclipse partielle; totale* dans le second; *annulaire* dans le troisième.

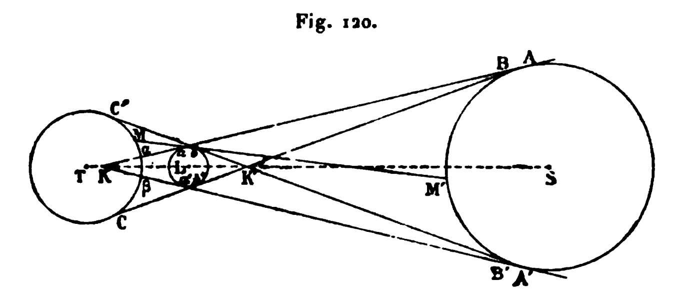
321. *Explication des éclipses de Soleil.* — Les éclipses de Soleil ayant toujours lieu au moment de la nouvelle Lune, il en résulte que ces phénomènes ne se présentent à nous que lorsque la Lune L (*fig.* 120) se trouve interposée entre le Soleil S et la Terre T. Il est alors facile de voir que l'éclipse de Soleil est due à ce que la Lune, qui est opaque, intercepte en partie ou en totalité les rayons solaires dirigés vers le globe terrestre.

La Lune étant opaque et obscure, projette en effet, à l'opposé du

Soleil, un cône d'ombre aKa', circonscrit à la fois à la Lune et au Soleil. Il existe en outre un second cône, appelé cône de pénombre, dont le sommet K' est situé entre S et L, et il est clair que si un observateur se trouve placé à l'intérieur du cône aKa', il ne recevra aucun rayon solaire, tandis qu'il en recevra une partie s'il se trouve à l'intérieur du cône C'K'C et à l'extérieur du cône aKa'.

Si donc les deux cônes viennent rencontrer la surface terrestre, tous les points situés à l'intérieur de aKa', c'est-à-dire entre les points

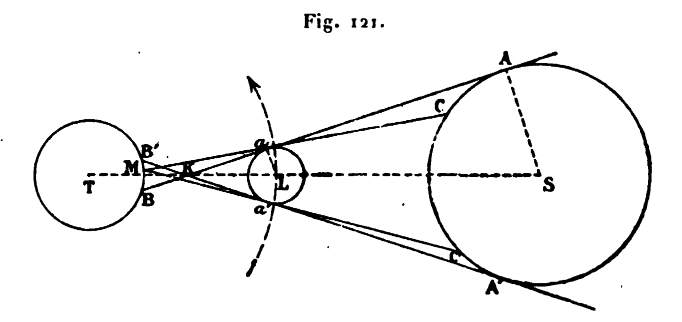
Fig. 120.



α et β, ne recevront aucune lumière du Soleil : il y aura éclipse totale pour tous ces points. Un observateur placé en M au contraire, c'est-à-dire dans la pénombre, n'apercevra que la partie M'BA du disque solaire : il verra donc une éclipse partielle.

L'éclipse annulaire s'explique très aisément aussi de la manière suivante : construisons encore le cône circonscrit à la Lune et au Soleil, mais supposons que ce soit simplement sa seconde nappe

Fig. 121.



BKB' (*fig.* 121) qui vienne rencontrer la surface de la Terre. Il y aura éclipse annulaire pour tous les points compris entre B et B', car, si par l'un de ces points M on mène un cône MCC' tangent à la Lune L, il découpera sur le Soleil une région circulaire projetée en CC' et qui paraîtra obscure. L'observateur M apercevra donc simplement la

région de la surface solaire extérieure à CC′, c'est-à-dire une sorte d'anneau projeté en CA et C′A′.

322. *Remarque.* — Pour que l'explication des éclipses totales soit acceptable, il nous faut montrer que le cône d'ombre projeté par la Lune peut avoir son sommet à l'intérieur de la sphère terrestre. Calculons donc la longueur LK du cône d'ombre projeté par la Lune. Les deux triangles KLa et KSA, étant semblables, donnent :

$$\frac{LK}{KS} = \frac{La}{SA}.$$

On en déduit :

$$\frac{LK}{KS - LK} = \frac{La}{SA - La},$$

c'est-à-dire :

$$LK = \frac{La \times LS}{SA - La}.$$

Si dans cette relation nous posons L$a = 0{,}273\ r$, SA $= 109{,}17\ r$, et, si nous y remplaçons LS par ses valeurs extrêmes, on trouve que LK varie entre 58 et 60 r, tandis que nous avons vu que la distance de la Lune à la Terre variait entre 56 et 64 r.

Le cône d'ombre pure aKa' peut donc bien atteindre la Terre, et, par suite, l'éclipse totale est possible; les éclipses partielles ou annulaires le sont toujours.

323. *Condition de possibilité d'une éclipse de Soleil.* — Pour qu'une éclipse de Soleil puisse se produire, il faut que le disque lunaire puisse intercepter une partie des rayons lumineux allant du Soleil à la Terre, c'est-à-dire que la Lune pénètre à l'intérieur du cône de révolution circonscrit à la Lune et au Soleil.

En désignant par λ la latitude de la Lune quand son bord inférieur tangente le cône AB (*fig.* 122), on a :

$$\lambda = LTS = LTM + MTS,$$

ou encore :

$$\lambda = LTM + MTA + ATS,$$

c'est-à-dire :

$$\lambda = d☾ + MTA + d☉.$$

Or, dans le triangle MTA, on a :

$$MTA = BMT - BAT,$$

c'est-à-dire, très sensiblement,

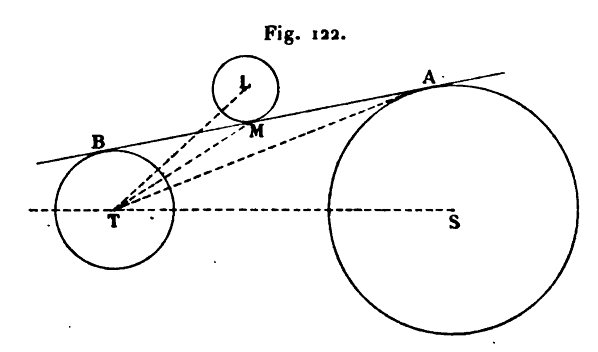
$$\text{MTA} = \pi☾ - \pi\odot.$$

On a donc, finalement,

$$\lambda = d☾ + \pi☾ - \pi\odot + d\odot.$$

Le maximum de cette expression est $1°34'$ et son minimum $1°24'$.

Fig. 122.



Donc, au moment d'une conjonction, si $\lambda < 1°24'$, l'éclipse est certaine; si λ est compris entre $1°24'$ et $1°34'$, elle est douteuse; elle est impossible si $\lambda > 1°34'$.

324. *Visibilité des éclipses de Soleil.* — Nous avons vu qu'une éclipse de Lune était visible de tous les points d'un même hémisphère terrestre. Il n'en est pas de même pour les éclipses de Soleil, car cet astre ne devient partiellement ou totalement invisible que si l'observateur se trouve dans le cône d'ombre ou de pénombre. La région d'où l'on aperçoit une éclipse de Soleil est d'ailleurs toujours très petite. Le maximum de durée d'une éclipse de Soleil est de 4 heures 30 minutes.

325. *Fréquence des éclipses de Soleil.* — On a constaté que la fréquence des éclipses de Soleil est moindre, en un lieu donné, que celles de Lune. Les éclipses totales de Soleil sont extrêmement rares. A Paris, la dernière éclipse totale a été observée en 1724; la prochaine n'aura lieu qu'en 2026.

326. *Retour des éclipses. Saros des Chaldéens.* — Il résulte de ce que nous avons dit, à propos des éclipses de Lune et de Soleil, que pour qu'une éclipse ait lieu, il faut que la Lune soit dans le voisi-

nage d'un de ses nœuds et de plus que sa latitude ne soit pas trop considérable.

Par conséquent, au moment d'une éclipse, un des nœuds, la Lune et le Soleil sont sensiblement sur une même droite et, chaque fois que ces trois mobiles se retrouveront de nouveau en ligne droite, ou à peu près, il y aura éclipse ou chance d'éclipse.

Il se sera donc écoulé un nombre exact de lunaisons et la longitude d'un nœud, par rapport au Soleil, aura varié d'un multiple exact de 360°.

Cherchons d'abord le temps nécessaire pour que la longitude d'un nœud varie de 360° par rapport au Soleil.

Le mouvement moyen en ascension droite du Soleil en 1 jour moyen étant de $3^m 56^s,555$, c'est-à-dire de $0°59'08'',33$, dans le sens direct, tandis que le mouvement en 1 jour moyen du nœud est de $3'10'',64$ dans le sens rétrograde, il en résulte qu'en 1 jour moyen le Soleil et le nœud s'éloignent l'un de l'autre de $59'08'',33 + 3'10'',64$, c'est-à-dire de $62'18'',97$. Par conséquent, pour que la longitude des deux mobiles varie de 360°, il faudra qu'il s'écoule un nombre de jours moyens égal à $\frac{360°}{62'18'',97}$, c'est-à-dire 346,62 jours moyens.

Cette période ayant reçu le nom de *révolution synodique du nœud* on a donc :

Révol. synod. du nœud = 346,62 jours moyens.

Ceci posé, on a remarqué que, très sensiblement,

223 lunaisons = 19 révol. synod. du nœud,

de sorte qu'il faudra 223 lunaisons ou 19 révolutions synodiques du nœud pour qu'une éclipse puisse se reproduire, ou encore 18 ans et 11 jours.

Pendant cette période, il se produit en général 70 éclipses, réparties en 29 éclipses de Soleil et 41 de Lune.

Cette période était connue des *Chaldéens* sous le nom de *Saros :* ils en avaient trouvé la valeur par l'observation directe des éclipses et des intervalles de temps intermédiaires.

CHAPITRE VI.

LES ÉTOILES. LES PLANÈTES. LES COMÈTES.

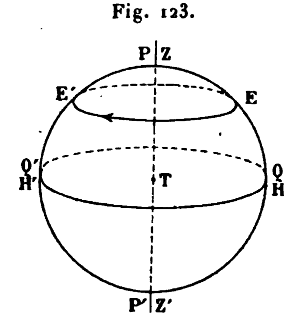
I. — LES ÉTOILES.

327. Les étoiles forment, comme nous l'avons déjà dit, l'immense majorité des astres qui brillent sur la voûte céleste : nous avons vu qu'elles se distinguent des autres astres par leur immobilité relative, par la scintillation de leur lumière et par l'impossibilité où l'on se trouve de leur découvrir un diamètre appréciable, quelle que soit la puissance de l'instrument employé pour les observer.

328. *Mouvement diurne des étoiles : influence de la position de l'observateur sur l'aspect de ce mouvement.* — Nous avons déjà étudié le mouvement diurne des étoiles et nous en avons donné les lois : nous nous bornerons simplement à étudier ici l'influence de la position de l'observateur sur l'aspect du mouvement d'ensemble de la sphère étoilée.

1° *Sphère parallèle.* — Supposons d'abord l'observateur au pôle

Fig. 123.

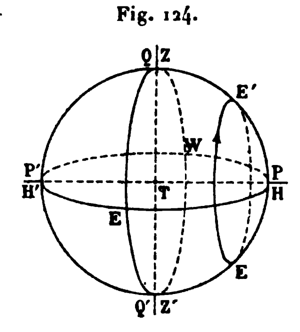


nord par exemple : son horizon se confondant avec l'équateur céleste QQ' (*fig.* 123), il apercevra toutes les étoiles dont la déclinaison est Nord, tandis que les étoiles dont la déclinaison est Sud resteront perpétuellement invisibles. D'ailleurs, comme chaque étoile

décrit un petit cercle tel que EE′, parallèle à l'équateur, c'est-à-dire à l'horizon, la hauteur de cet astre restera constante : cette apparence particulière de la sphère étoilée a reçu le nom de *sphère parallèle.*

2° *Sphère droite.* — Supposons maintenant que l'observateur se trouve sur l'équateur : son horizon HH′ (*fig.* 124) étant un méridien,

Fig. 124.



partagera en deux parties égales les parallèles diurnes de toutes les étoiles.

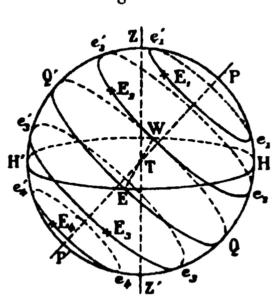
Celles-ci resteront donc aussi longtemps au-dessus qu'au-dessous de l'horizon, puisque leur mouvement est uniforme.

Le *jour* de l'étoile, c'est-à-dire le temps pendant lequel elle reste au-dessus de l'horizon, est donc égal à sa *nuit,* c'est-à-dire au temps pendant lequel elle reste invisible.

Cette apparence particulière de la sphère étoilée a reçu le nom de *sphère droite.*

3° *Sphère oblique.* — Supposons enfin que l'observateur soit

Fig. 125.



situé entre le pôle et l'équateur, et soit Z son zénith (*fig.* 125). Il suffit d'examiner attentivement la figure pour voir que :

I. Si la déclinaison D et la latitude L sont de mêmes noms,

l'étoile E_1 est *circumpolaire*, c'est-à-dire constamment au-dessus de l'horizon, si l'on a $D + L \geqq 90°$.

Le parallèle diurne de l'étoile E_2 rencontrera au contraire l'horizon, et il y aura un lever et un coucher, si l'on a $D + L < 90°$.

II. Si D et L sont de noms contraires, il y aura encore lever et coucher si $D + L < 90°$; mais le jour de l'étoile E_3 sera plus court que sa nuit. Il n'y aura au contraire ni lever ni coucher, si $D + L \geqq 90°$: l'étoile E_4 restera donc constamment invisible.

329. *Catalogues d'étoiles.* — Les étoiles sont en nombre si considérable qu'il est indispensable, pour pouvoir les reconnaître, d'en opérer la classification : on a donc dressé des *Catalogues d'étoiles,* c'est-à-dire des recueils renfermant les coordonnées équatoriales des étoiles principales.

Ces étoiles ont chacune un numéro d'ordre servant à les désigner et elles sont habituellement rangées par ascensions droites croissantes.

330. *Constellations.* — Les étoiles conservant leurs positions relatives, pour les reconnaître aisément, on les a réparties, dès la plus haute antiquité, en groupes appelés *constellations,* le nom de chaque groupe en rappelant plus ou moins la forme.

Les étoiles les plus brillantes de chaque constellation ont reçu des noms particuliers; les autres, rangées par ordre d'éclat décroissant, sont habituellement désignées par les lettres successives de l'alphabet grec : α, β, γ, δ, ...

331. *Grandeur des étoiles.* — On appelle *grandeur* d'une étoile son éclat apparent. Les étoiles les plus brillantes sont dites de *première grandeur* ou *primaires.* On s'accorde généralement à ne comprendre dans cette catégorie que les vingt étoiles les plus brillantes, savoir :

α Éridan (Achernar),
α Taureau (Aldébaran),
α Cocher (La Chèvre),
β Orion (Rigel),
α Orion (Bételgeuse),
α Navire (Canopus),
α Grand Chien (Sirius),
α Petit Chien (Procyon),
β Gémeaux (Pollux),
α Lion (Régulus
α Croix du Sud,
α Vierge (L'Épi),
β Centaure,
α Bouvier (Arcturus),
α Centaure.
α Scorpion (Antarès),
α Lyre (Véga),
α Aigle (Altaïr),
α Cygne (Déneb),
α Poisson austral (Fomalhaut).

Dans ce Tableau les étoiles sont rangées par ordre d'ascensions droites croissantes.

Après les étoiles de première grandeur, on en compte 65 d'un éclat moindre : ce sont les étoiles de *deuxième grandeur* ou *secondaires*.

On compte ensuite environ 200 étoiles de *troisième grandeur* ou *tertiaires;* 425 de *quatrième grandeur;* 1100 de *cinquième;* 3200 de *sixième;* 13000 de *septième;* 40000 de *huitième;* et ainsi de suite jusqu'à la seizième grandeur.

332. *Globes et Cartes célestes. Cartes photographiques.* — Si l'on reporte les positions des étoiles sur un globe matériel, à l'aide de leurs coordonnées équatoriales, on obtient un *globe céleste* qui est la représentation fidèle de la sphère étoilée.

Mais, comme ces globes célestes sont d'un prix très élevé et, de plus, peu commodes, on se sert plus généralement de *planisphères,* c'est-à-dire de *Cartes célestes* obtenues en projetant orthogonalement les étoiles de chaque hémisphère sur le plan tangent mené par le pôle correspondant.

Comme dans ce système de projection les constellations voisines de l'équateur sont très déformées, on représente ordinairement les étoiles de cette région en les projetant sur un cylindre tangent à la sphère étoilée suivant l'équateur, cylindre que l'on suppose ensuite coupé suivant une génératrice et développé sur un plan.

Enfin, MM. Paul et Prosper Henry, Astronomes de l'Observatoire de Paris, en se servant d'un équatorial dont l'oculaire avait été remplacé par un appareil photographique, ont obtenu des Cartes du Ciel d'une exactitude telle qu'elles permettent de mesurer les coordonnées des étoiles par comparaison avec celles des étoiles déjà connues. Ce procédé est actuellement employé par les observatoires du monde entier pour dresser la Carte générale du Ciel : ce travail immense a été entrepris à la demande des Astronomes français.

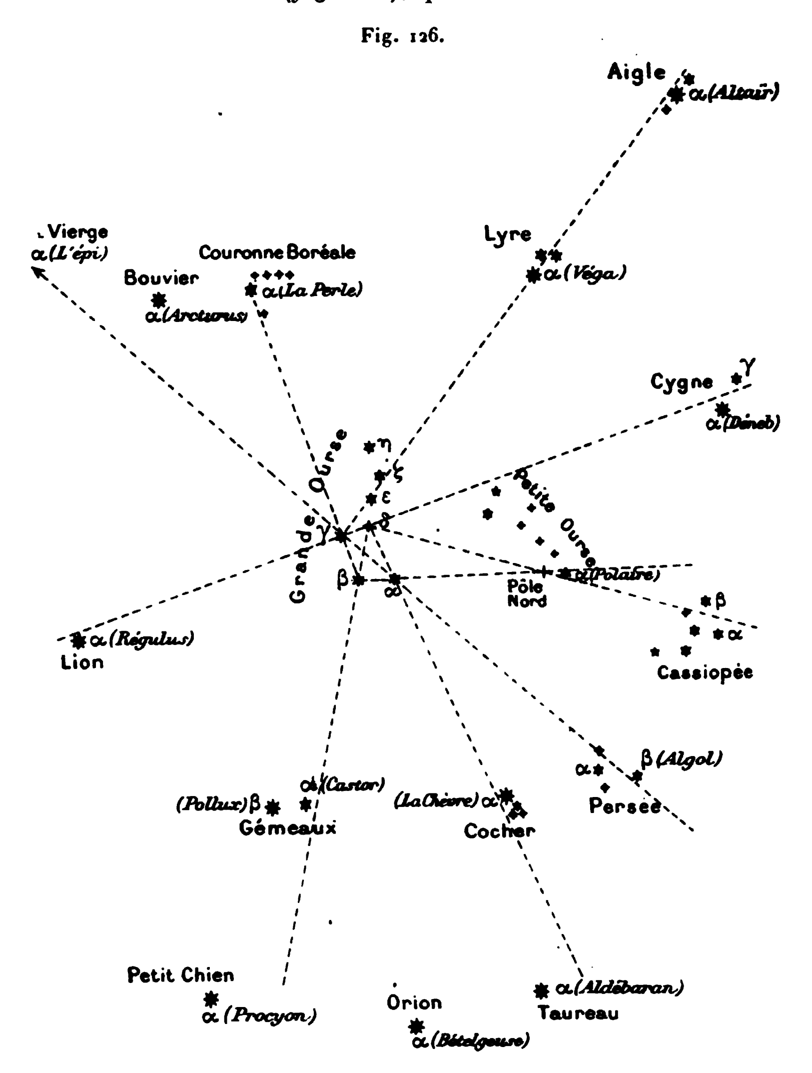
333. *Moyen pratique pour reconnaître les principales constellations.* — Le moyen le plus commode pour retrouver sur la voûte céleste les étoiles les plus remarquables est la méthode des *alignements,* qui consiste à faire passer une ligne droite par deux étoiles faciles à reconnaître, et à la prolonger, dans un sens ou dans l'autre, jusqu'à ce que l'on rencontre une ou plusieurs étoiles remarquables situées dans cette direction.

Il y a trois constellations dont la forme est facile à retenir et qui

permettent de retrouver la plupart des étoiles de première et de deuxième grandeur à l'aide de la méthode des alignements : ces constellations sont la *Grande Ourse,* la *Croix du Sud* et *Orion.*

I. La *Grande Ourse* (*fig.* 126), qui reste constamment au-dessus

Fig. 126.



de l'horizon, en France, se compose de sept étoiles de deuxième grandeur, sauf une, δ, qui est de troisième. Quatre de ces étoiles, α, β, γ, δ, forment un quadrilatère; les trois autres, ε, ζ, η, disposées sur une ligne légèrement courbe, sont dans le prolongement d'une diagonale

du quadrilatère. En prolongeant la ligne $\beta\alpha$ d'environ cinq fois sa longueur, on trouve l'étoile de deuxième grandeur α de la *Petite Ourse* connue sous le nom de *Polaire*. La Polaire est ainsi nommée parce qu'elle se trouve à une très faible distance (1° 12′ environ) du pôle Nord, de sorte qu'elle paraît presque immobile dans le Ciel. La Petite Ourse est facile à reconnaître : elle renferme, en effet, sept étoiles qui forment une constellation tout à fait semblable à celle de la Grande Ourse.

Les principaux alignements fournis par la Grande Ourse sont :

1° L'alignement δ (Grande Ourse)-Polaire qui va rencontrer la belle constellation de Cassiopée formée de six étoiles dont les cinq principales dessinent sur le Ciel une sorte de W majuscule. L'étoile β de cette constellation est de deuxième grandeur et est facile à observer;

2° L'alignement $\delta\alpha$ passe très près de l'étoile α du Cocher (La Chèvre), facile à reconnaître à cause des trois petites étoiles qui se trouvent dans son voisinage, et non loin également de α du Taureau (Aldébaran);

3° L'alignement $\delta\beta$ vient passer près de la belle étoile de deuxième grandeur Castor, dans le voisinage de laquelle se trouve β des Gémeaux (Pollux). Plus loin se trouve α du Petit Chien (Procyon);

4° L'alignement $\delta\gamma$ donne, du côté de δ, α du Cygne (Déneb), et, du côté de γ, α du Lion (Régulus);

5° L'alignement $\alpha\gamma$ donne, du côté de γ, l'étoile α de la Vierge (L'Épi) et, du côté de α, la belle étoile de deuxième grandeur β de Persée (Algol);

6° L'alignement $\beta\gamma$ donne, du côté de γ, la belle étoile de deuxième grandeur α de la Couronne boréale (La Perle) : entre cette étoile et α de la Vierge se trouve α du Bouvier (Arcturus).

7° L'alignement $\gamma\varepsilon$ donne enfin, du côté de la queue de la Grande Ourse, d'abord α de la Lyre (Véga), dans le voisinage de laquelle se trouvent deux étoiles de deuxième grandeur et, plus loin, α de l'Aigle (Altaïr), facile à reconnaître à cause des deux étoiles de deuxième grandeur qui sont disposées symétriquement par rapport à elle.

II. La *Croix du Sud*, située non loin du Pôle austral, se compose de quatre étoiles α, β, γ, δ (*fig.* 127), dont l'une d'elles, α, est de première grandeur.

Dans son voisinage se trouvent deux autres étoiles de première

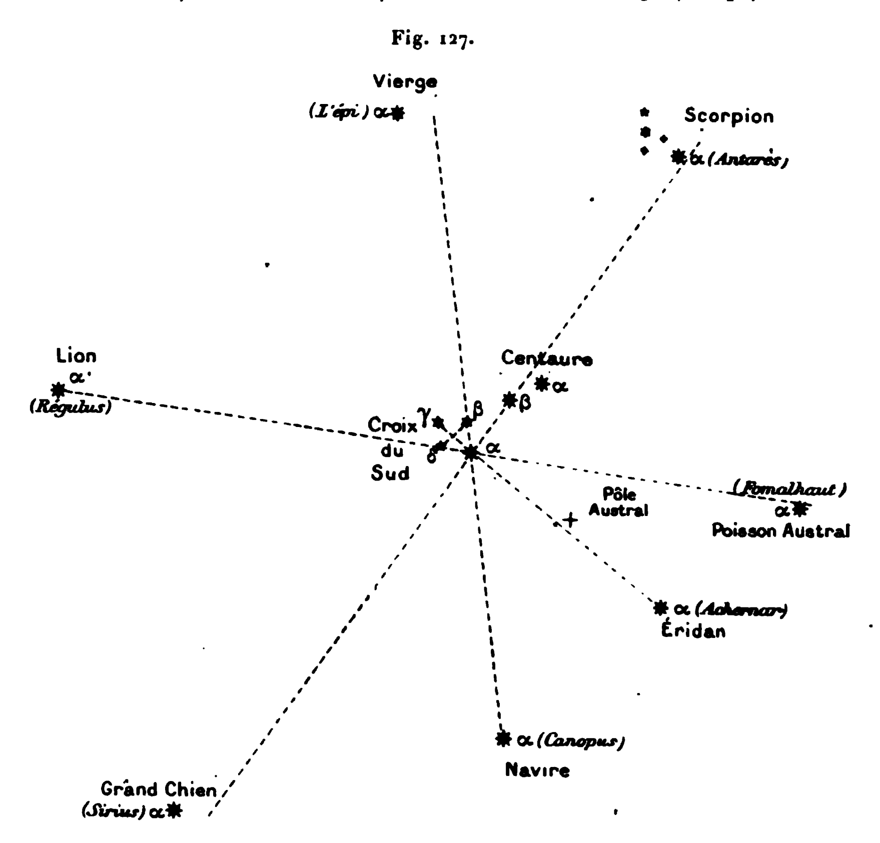
grandeur également, β et α du Centaure, qui en facilitent la reconnaissance.

Les principaux alignements donnés par cette constellation sont :

1° L'alignement γα qui va rencontrer Achernar (α Éridan). Le pôle austral se trouve à peu près au milieu de cet alignement;

2° L'alignement βα donne, du côté de α, la belle étoile Canopus (α du Navire), et, du côté de β, l'étoile α de la Vierge (L'Épi);

Fig. 127.



3° L'alignement α (Croix)-β (Centaure) donne Antarès (α du Scorpion) du côté du Centaure, et, à l'opposé, Sirius (α du Grand Chien);

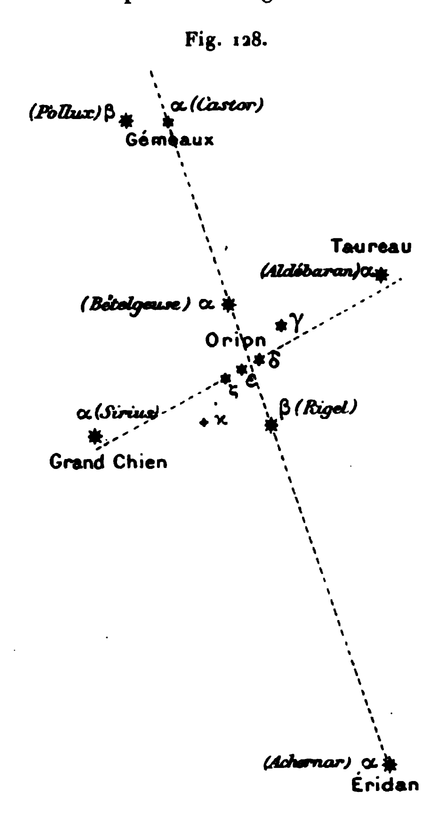
4° L'alignement αδ donne Régulus (α Lion) du côté de δ et Fomalhaut (α Poisson Austral) du côté de α.

III. *Orion* (*fig.* 128) est remarquable à cause du grand nombre de belles étoiles qu'elle renferme.

Cette constellation est formée par un grand trapèze αβγκ que l'on trouve entre les directions des alignements δα et δβ de la Grande Ourse, au delà de l'étoile α du Cocher (La Chèvre). Les étoiles α (Bételgeuse) et β (Rigel) de cette constellation sont de première grandeur.

Au milieu de ce trapèze est le *baudrier* formé par trois étoiles de deuxième grandeur disposées en ligne droite.

Fig. 128.



La ligne du baudrier prolongée donne, du côté de γ, Aldébaran (α du Taureau) et, à l'opposé, Sirius (α Grand Chien).

La ligne αβ donne Achernar (α Éridan) du côté de Rigel et Castor du côté de Bételgeuse.

334. *Nébuleuses.* — On appelle ainsi des taches blanchâtres, de formes très variées, que l'on remarque çà et là dans le ciel, notamment dans les parties les moins riches en étoiles. On a reconnu, en examinant ces taches à l'aide de puissantes lunettes, qu'elles sont formées d'un amas considérable de petites étoiles. Les *nébuleuses*

résolubles sont celles dans lesquelles on peut distinguer les étoiles qui les forment; les ***nébuleuses non résolubles*** sont celles que l'on ne peut résoudre, même avec les lunettes les plus puissantes.

335. *Voie lactée.* — La *voie lactée* est une immense bande lumineuse blanchâtre qui fait le tour du Ciel à peu près suivant un grand cercle. Cette bande se dédouble à peu près vers l'étoile α du Cygne; les deux branches restent séparées pendant environ 120°, puis se rejoignent de nouveau.

Examinée au télescope, la voie lactée se résout en millions et millions de petites étoiles.

De l'étude attentive de la voie lactée et des autres parties du Ciel, il semble que l'on soit en droit de conclure que les étoiles ne sont pas uniformément réparties dans le Firmament : elles y forment des groupes analogues aux nébuleuses résolubles.

La voie lactée ne serait alors que la nébuleuse dont le Soleil et la Terre font partie, avec toutes les étoiles isolées que nous apercevons autour de nous.

336. *Étoiles multiples.* — On appelle *étoiles multiples* des étoiles qui, simples à l'œil nu ou quand on les observe avec des instruments ordinaires, se résolvent en deux ou plusieurs étoiles lorsqu'on les examine avec des lunettes très puissantes. Parmi les étoiles multiples les plus nombreuses sont les étoiles doubles.

337. *Étoiles variables et temporaires.* — On appelle *étoiles variables* ou *périodiques* des étoiles qui, sans changer de place dans le ciel, éprouvent des changements périodiques d'intensité, ou bien disparaissent totalement pendant un temps plus ou moins long, pour réapparaître de nouveau et ainsi de suite.

On appelle *étoiles temporaires* des étoiles qui, après avoir brillé d'un éclat plus ou moins vif, ont disparu complètement sans laisser de traces.

338. *Lumière des étoiles.* — Les étoiles sont certainement lumineuses par elles-mêmes, puisque l'on n'aperçoit dans le ciel aucun foyer lumineux dont elles puissent tirer leur éclat : on doit les considérer comme autant de soleils, car on admet aujourd'hui que le Soleil est une étoile plus rapprochée de nous que les autres.

339. *Coloration des étoiles.* — Les étoiles sont blanches pour la plupart, mais il y en a de colorées : parmi ces dernières les étoiles rougeâtres sont en majorité. Telles sont : α d'Orion, Arcturus, Antarès, Aldébaran.

Parmi les étoilés jaunes on remarque la Chèvre et Altaïr.

Enfin, parmi les étoiles de faible éclat, on en trouve de vertes et de bleues.

340. *Distances des étoiles à la Terre.* — Il n'y a qu'un très petit nombre d'étoiles dont les distances à la Terre aient pu être mesurées avec quelque certitude. Ces distances, évaluées par des procédés que nous ne pouvons exposer dans ce cours, sont immenses : pour l'étoile la plus voisine de nous, α du Centaure, on a trouvé en effet près de 300 000 fois la distance du Soleil à la Terre. La lumière, malgré sa vitesse de propagation vertigineuse, mettrait donc environ 4 ans $\frac{1}{2}$ pour nous parvenir de cette étoile !

341. *Mouvements propres des étoiles.* — Depuis que l'on possède des instruments d'observation à la fois très puissants et très précis, on a constaté que les étoiles ne sont pas absolument fixes dans l'espace : certaines d'entre elles ont de petits mouvements propres que l'on est parvenu à mesurer et à déterminer.

L'étude des déplacements des étoiles a conduit à admettre que notre Soleil se meut dans l'espace, en entraînant avec lui la Terre et les planètes, dans la direction de la constellation d'Hercule : la vitesse de ce mouvement paraît être d'environ 30^{km} à la seconde.

II. — LES PLANÈTES ET LES COMÈTES.

Planètes.

342. Nous avons déjà vu que les planètes se distinguent des étoiles par leurs mouvements propres sur la sphère étoilée, par la fixité de leur lumière et enfin, par leur diamètre apparent qui devient appréciable lorsqu'on les examine à l'aide de puissantes lunettes.

Il existe un grand nombre de planètes, mais celles qui ont de fortes dimensions sont en nombre très restreint.

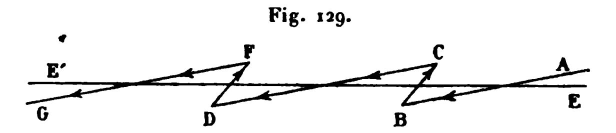
Il n'en existe que cinq en effet qui soient visibles à l'œil nu : *Mercure, Vénus, Mars, Jupiter* et *Saturne.*

Deux autres grosses planètes, *Uranus* et *Neptune,* sont de découverte relativement récente : on ne peut les apercevoir qu'à l'aide de lunettes.

Enfin, depuis 1801 jusqu'à nos jours, on a découvert environ 410 planètes, de dimensions très réduites, dont l'observation nécessite des instruments très puissants.

343. *Mouvement des planètes par rapport aux étoiles.* — Si l'on détermine les trajectoires décrites par les planètes sur la sphère étoilée, en procédant comme nous l'avons fait pour la Lune, on constate que ces trajectoires, au lieu d'être des cercles, sont des courbes sinueuses fermées telles que ABCDFG (*fig.* 129), composées d'une

Fig. 129.



série d'arcs AB, CD, FG, ... parcourus dans le sens direct et reliés entre eux par des arcs BC, DF, ... parcourus dans le sens rétrograde.

On constate en outre que, malgré leurs sinuosités, les trajectoires des planètes s'écartent très peu de l'écliptique EE' et restent comprises dans le zodiaque.

Lorsque les planètes se trouvent aux points B, C, D, F, ... de leurs trajectoires, elles restent immobiles pendant quelque temps avant de reprendre leur marche : on dit alors qu'elles sont en *station.* Puis leur vitesse, d'abord très faible, va en croissant jusqu'au moment où elles traversent l'écliptique, pour décroître ensuite jusqu'à la station suivante et ainsi de suite.

344. *Mouvement des planètes par rapport au Soleil. Lois de Képler.* — La complication du mouvement apparent des planètes par rapport aux étoiles a longtemps embarrassé les Astronomes qui n'avaient pu en trouver aucune explication plausible.

Copernic (1473-1543) le premier eut l'intuition que les planètes devaient décrire, autour du Soleil, des trajectoires presque circulaires, mais son système souleva tout d'abord de très vives critiques, malgré la facilité avec laquelle il rendait compte des faits d'observation.

La plupart de ces critiques s'évanouirent à la suite des travaux de

Tycho-Brahé (1546-1601), et de Galilée (1564-1642), mais ce fut Képler qui eut la gloire de découvrir les véritables lois du mouvement des planètes.

Képler (1571-1630), ayant en effet constaté de légères différences entre les positions exactes des planètes et leurs positions déduites du calcul, dans l'hypothèse des orbites circulaires, eut l'idée de rechercher la forme exacte de ces trajectoires : en passant des coordonnées géocentriques des planètes à leurs coordonnées héliocentriques, à l'aide de formules que nous ne pouvons donner dans ce cours, il put non seulement établir la forme de ces trajectoires mais encore en déterminer les éléments. L'examen attentif des résultats obtenus le conduisit alors à énoncer les trois lois suivantes qui portent son nom et qui déterminent entièrement le mouvement des planètes sur leurs orbites :

I. *Toutes les planètes décrivent, autour du Soleil, des ellipses dont cet astre est le foyer commun.*

II. *Les aires balayées par les rayons vecteurs allant du centre du Soleil à celui de chaque planète sont proportionnelles aux temps employés à les décrire.*

III. *Les carrés des durées des révolutions des planètes sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes de leurs orbites.*

Les travaux qui conduisirent Képler à la découverte de ces trois lois durèrent 17 ans.

345. *La Terre est une planète.* — Nous avons déjà reconnu que la Terre décrit une ellipse autour du Soleil comme foyer et que son mouvement obéit aux deux premières lois de Képler.

Si l'on compare le mouvement de la Terre à celui d'une planète quelconque, on trouve que la troisième loi est encore vérifiée; on doit donc en conclure que la Terre est une planète dont la Lune est le satellite.

346. *Détails succincts sur les planètes.* — Les planètes ne brillent pas par elles-mêmes : elles tirent toutes leur éclat des rayons solaires.

Les planètes Vénus, Mars, Jupiter et Saturne brillent habituellement comme des étoiles de première grandeur; Mercure, qui est relativement de petites dimensions, est assez difficile à apercevoir à la vue simple, car elle ne s'éloigne jamais beaucoup du Soleil; Uranus a l'éclat d'une étoile de 8e grandeur, c'est-à-dire peut être aperçue

par un observateur doué d'une bonne vue; quant aux petites planètes et à Neptune, on ne peut les apercevoir qu'à l'aide de puissantes lunettes.

La plupart des planètes paraissent entourées d'une atmosphère : l'une d'elles, en particulier, la planète Mars, semble en posséder une tout à fait analogue à la nôtre; elle contient certainement de l'eau à sa surface et ses deux pôles sont recouverts de calottes de glaces dont les dimensions varient avec les saisons de cette planète, diminuant pendant l'été, augmentant pendant l'hiver.

Voici, d'après les documents les plus récents, les principaux éléments des diverses planètes :

NOMS des planètes.	DISTANCES au Soleil, celle de la Terre étant prise pour unité.	DURÉE des révolutions.	EXCENTRICITÉS des orbites.	INCLINAISONS des orbites sur l'écliptique.	NOMBRE de satellites.	TEMPS que chaque planète met pour tourner sur elle-même.
☿ Mercure........	0,39	88^{jm}	$\frac{1}{5}$	7°,0	0	88^{jm}
♀ Vénus..........	0,72	225^{jm}	$\frac{1}{140}$	3,4	0	225^{jm}
♁ La Terre........	1,00	365^{jm}	$\frac{1}{60}$	0	1	$24^{hm} 04^{m}$
♂ Mars...........	1,52	1 an + 322^{jm}	$\frac{1}{11}$	1,9	2	$24^{hm} 37^{m}$
Petites planètes....	2,80	»	»	»	»	»
♃ Jupiter.........	5,20	11 ans + 315^{jm}	$\frac{1}{20}$	1,3	5	$9^{hm} 55^{m}$
♄ Saturne........	9,54	29 ans + 167^{jm}	$\frac{1}{18}$	1,5	8 + un anneau	$10^{hm} 14^{m}$
♅ Uranus.........	19,18	84 ans	$\frac{1}{19}$	0,7	4	?
♆ Neptune........	30,00	165 ans	$\frac{1}{111}$	1,7	1	?

347. *Loi de Bode.* — Il existe, entre les distances moyennes des planètes au Soleil, une relation approchée, découverte par l'Astronome Bode et qui permet de les retenir assez facilement. Voici en quoi elle consiste :

Si l'on écrit la suite des nombres

$$0, \quad 3, \quad 6, \quad 12, \quad 24, \quad 48, \quad 96, \quad 192, \quad 384,$$

dans laquelle chaque nombre, à partir du troisième, est le double du précédent, et si l'on augmente chacun de ces nombres de 4 unités, on obtient la ***série de Bode***

$$4, \quad 7, \quad 10, \quad 16, \quad 28, \quad 52, \quad 100, \quad 196, \quad 388,$$

dont les termes, divisés par 10, représentent très sensiblement, sauf

le dernier, les distances des planètes au Soleil, inscrites dans le Tableau précédent.

Hâtons-nous d'ajouter que la loi de Bode ne repose sur aucune base théorique; c'est une simple règle mnémonique.

348. *Moyen de retrouver une planète sur la voûte céleste.* — Les lois du mouvement des planètes au milieu des étoiles étant connues, la Mécanique céleste, à l'aide de ses formules, permet de calculer à l'avance les coordonnées Æ et D de ces astres pour une époque quelconque, coordonnées qui sont inscrites dans divers recueils astronomiques et, en particulier, dans la *Connaissance des Temps.*

Il suffit alors, à l'aide de ces deux éléments, de marquer sur une carte ou un globe céleste la position occupée par la planète que l'on désire observer et de regarder dans quelle constellation elle se trouve; en reportant ensuite les yeux sur la voûte céleste, on aperçoit immédiatement l'astre qui modifie l'aspect normal de la constellation indiquée par la carte ou le globe céleste.

349. *Définitions diverses.* — On appelle *planètes inférieures* les planètes Mercure et Vénus; ce nom leur a été donné parce que leurs trajectoires se trouvent en dedans, ou, suivant le langage adopté, en dessous de l'orbite terrestre. Les autres planètes sont, pour une raison analogue, appelées *planètes supérieures.*

Pendant leur mouvement, les planètes inférieures oscillent de part et d'autre du Soleil sans s'en écarter, Vénus de plus de $48°$ et Mercure de plus de $28°$. Au contraire, les distances angulaires du Soleil aux planètes supérieures peuvent prendre toutes les valeurs de $0°$ à $360°$.

Ces particularités du mouvement des planètes sont une conséquence directe des lois de Képler.

Une planète est dite en *conjonction* ou en *opposition* lorsque la différence entre sa longitude et celle du Soleil est de $0°$ ou $180°$; elle est dite en *quadrature* lorsque cette différence est de $90°$ ou de $270°$.

Les planètes inférieures, ne s'écartant jamais beaucoup du Soleil, n'ont ni quadratures, ni oppositions; elles sont dites en *conjonction inférieure* ou *supérieure* selon qu'elles se trouvent entre le Soleil et la Terre ou à l'opposé de la Terre par rapport au Soleil.

350. *Principe de la gravitation universelle ou de Newton.* — L'étude des lois de Képler et de leurs conséquences a conduit l'illustre

Newton (1642-1728) à découvrir les deux principes fondamentaux qui règlent les mouvements des corps célestes :

I. *Deux points matériels quelconques s'attirent mutuellement suivant la droite qui les joint; leur force d'attraction réciproque est directement proportionnelle aux masses de ces deux points et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare.*

II. *Deux globes matériels s'attirent mutuellement, absolument comme le feraient deux points matériels placés à leur centre, la masse de chacun de ces points étant la même que celle du globe matériel correspondant.*

Ce sont ces deux principes qui servent de base à la Mécanique céleste et qui permettent de découvrir et de préciser, avec la plus rigoureuse exactitude, les diverses circonstances du mouvement des corps célestes.

351. *Vérification du principe de la gravitation universelle; découverte de Neptune.* — Les deux principes de la gravitation universelle ont reçu une éclatante confirmation par la découverte de la planète Neptune, découverte dont nous allons rappeler brièvement les diverses circonstances :

Une planète qui se meut dans l'espace n'est pas soumise uniquement à l'action attractive du Soleil; elle est aussi attirée, quoique bien moins fortement, par les autres planètes.

Il résulte de là que chacun de ces astres ne décrit pas rigoureusement une ellipse autour du Soleil; il subit des *perturbations* qu'il faut connaître très exactement pour arriver à prédire avec précision les positions qu'il doit occuper sur la voûte céleste.

Or, tandis que l'on pouvait prévoir avec la plus grande exactitude les mouvements des diverses planètes, une seule, Uranus, avait des perturbations inexplicables.

C'est alors que l'Astronome français Le Verrier eut l'idée d'attribuer ces perturbations à un astre inconnu.

Il se proposa de déterminer par le calcul, à l'aide des méthodes de la Mécanique céleste, la masse et la position de l'astre supposé pour que son influence, combinée avec celle des autres planètes, ait pu produire les perturbations constatées.

Après de longs et minutieux calculs il put arriver à résoudre ce problème difficile et, le 31 août 1846, il en fit connaître le résultat à

l'Académie des Sciences, en indiquant la position que devait occuper l'astre dans le ciel.

Quelques jours après, la planète Neptune était découverte, à l'endroit indiqué, par l'Astronome allemand Galle, directeur de l'observatoire de Berlin.

C'était là, en même temps qu'une gloire impérissable pour Le Verrier, la preuve la plus éclatante de l'exactitude des théories de l'Astronomie moderne et de la Mécanique céleste.

Comètes.

352. Les comètes, dont l'apparition fut longtemps une cause de terreur pour l'Humanité, se composent ordinairement d'un point brillant ou *noyau,* entouré d'une sorte de nébulosité et suivi d'une longue traînée lumineuse, toujours dirigée à l'opposé du Soleil par rapport au noyau de la comète.

La nébulosité qui entoure le noyau d'une comète en est la *chevelure;* la traînée lumineuse la *queue;* on donne enfin parfois le nom de *tête* de la comète à l'ensemble formé par le noyau et la chevelure.

L'aspect d'une comète est essentiellement variable et change d'un jour à l'autre; parfois même une comète se divise en deux ou plusieurs autres de moindre importance, chacune suivant une trajectoire différente.

L'*analyse spectrale* a permis de constater que ces astres extraordinaires sont formés par les vapeurs incandescentes des divers métaux terrestres, notamment celles du sodium et du magnésium.

La densité des comètes est certainement très faible, car, malgré leur volume apparent considérable, elles ne produisent aucune perturbation appréciable sur le mouvement des astres dans le voisinage desquels elles circulent, tandis qu'elles sont, au contraire, déviées elles-mêmes d'une manière parfois considérable; cette densité est même si faible qu'on aperçoit très distinctement, à travers la queue ou la chevelure d'une comète, les astres placés au delà, et cela sans déviation apparente des rayons lumineux et sans diminution de l'éclat de ces astres.

La partie la plus dense d'une comète est le noyau; c'est ce point dont on étudie le mouvement.

353. *Trajectoires des comètes.* — Les comètes ont un mouvement

propre au milieu des étoiles : il s'étudie exactement comme celui des planètes.

Si l'on rapporte le mouvement des comètes au Soleil, on constate qu'il est soumis aux lois de Képler; mais, tandis que les planètes décrivent des orbites de faible excentricité et peu inclinées sur l'écliptique, les comètes parcourent des ellipses très aplaties dont les inclinaisons sur l'écliptique sont absolument quelconques.

De plus, tandis que le mouvement des planètes sur leurs orbites est direct, celui des comètes est tantôt direct et tantôt rétrograde.

Les vitesses des comètes sont, en général, très considérables; mais, comme les orbites de ces astres sont très aplaties, on ne les aperçoit que pendant l'intervalle de temps, toujours assez court, où elles restent dans le voisinage de la Terre et du Soleil.

Certaines comètes, au lieu de décrire des trajectoires elliptiques, décrivent de véritables *paraboles,* c'est-à-dire des courbes non fermées; dans ce cas, ces comètes, après avoir été aperçues, s'éloignent de nous de plus en plus et on ne les reverra jamais.

Les comètes qui décrivent des trajectoires vraiment elliptiques reviennent, au contraire, périodiquement dans le voisinage du Soleil et de la Terre et s'appellent, pour cette raison, des *comètes périodiques;* toutefois, comme les grands axes des ellipses décrites par ces astres sont immenses, les durées de leurs révolutions sont considérables et il est bien difficile de vérifier cette périodicité.

Jusqu'à présent il n'y a guère que 14 comètes dont la périodicité ait été bien établie. Les principales sont : la comète de Halley (période de 76 ans, qui sera visible en 1910); celle d'Encke (période de 1200 jours); de Biéla (période de 6 ans $\frac{1}{2}$); de Faye (période de 7 ans $\frac{1}{2}$); etc.

CHAPITRE VII.

PRÉVISION DES MOUVEMENTS CÉLESTES. APPLICATION A LA DÉTERMINATION DES COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES.

I. — PRÉVISION DES MOUVEMENTS CÉLESTES. PROBLÈMES USUELS.

354. Connaissant les lois des mouvements des astres qui peuplent le Ciel, la Mécanique céleste a pu établir des formules permettant d'obtenir facilement les divers éléments variables de ces astres pour une époque déterminée quelconque, si éloignée soit-elle.

Ces éléments, qui sont tous fonction du temps, peuvent ainsi être prévus avec une exactitude telle que les résultats donnés par les formules de prédiction sont toujours en accord parfait avec les résultats obtenus directement par l'observation.

Les éléments des astres principaux, calculés ainsi plusieurs années à l'avance, sont consignés dans des recueils spéciaux appelés : *Connaissance des Temps* en France, *Nautical almanac* en Angleterre, *Berliner astronomisches Jahrbuch* en Allemagne et *American Ephemeris and Nautical almanac* en Amérique.

« Connaissance des Temps ».

355. La *Connaissance des Temps* est un recueil publié par le Bureau des Longitudes et donnant à l'avance, pour chaque année, les coordonnées variables des principaux astres.

Ces divers éléments sont donnés pour certaines époques relatives au méridien de l'Observatoire de Paris.

Nous ne parlerons ici que des éléments concernant les seuls astres pratiquement utilisables par les navigateurs : le Soleil, la Lune, les planètes Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, la Polaire et les étoiles de première et de deuxième grandeur.

356. *Éphémérides du Soleil.* — La *Connaissance des Temps* donne, dans les pages paires (pages de gauche), pour chaque midi vrai de Paris ($0^h T v p$) :

1° L'*ascension droite* $Æ_{v_0}$ et la *déclinaison* D_0 du Soleil vrai, ainsi que la variation de ces éléments en 1 heure vraie;

2° Le *demi-diamètre* et la *durée de son passage au méridien*, exprimée en temps sidéral;

3° Le *temps moyen à midi vrai* ou l'*équation du temps vrai* E_{v_0} avec sa variation en 1 heure vraie.

Dans les pages impaires (pages de droite), la *Connaissance des Temps* donne, pour chaque midi moyen de Paris ($0^h Tmp$) :

1° L'*ascension droite* $Æ_0$ et la *déclinaison* D_0 du Soleil vrai, ainsi que la variation de ces éléments en 1 heure moyenne.

2° Le *temps sidéral à midi moyen* Tsp_0. Cet élément est également l'*ascension droite moyenne* à $0^h Tmp$. On sait, en effet, que

$$Tsp = Tmp + Æ_m.$$

Or, à $0^h Tmp$, on a $Tmp = 0$, de sorte que, si l'on désigne par $Æ_{m_0}$ l'ascension droite moyenne à midi moyen et par Tsp_0 l'heure sidérale correspondante, on a

$$Tsp_0 = Æ_{m_0}.$$

Cet élément croît, comme on l'a vu précédemment, de $3^m 56^s,555$ en un jour moyen.

3° Le *temps vrai à midi moyen* ou l'*équation du temps moyen* $E m_0$.

La variation horaire de cet élément n'est pas donnée par la *Connaissance des Temps,* mais on peut, sans erreur sensible, employer celle de E_v changée de signe.

4° La *parallaxe horizontale.*

357. *Éphémérides de la Lune.* — Dans la partie de la *Connaissance des Temps* qui se rapporte à la Lune, les pages sont divisées en deux parties :

La partie de gauche donne, pour chaque heure temps moyen de Paris, l'*ascension droite* $Æ_0 ☾$ et la *déclinaison* $D_0 ☾$, ainsi que les variations de ces éléments en 1 minute de temps moyen.

La partie de droite donne, pour les instants des passages de la Lune

aux méridiens, dont les longitudes sont :

$$12^h,\quad 13^h,\quad \ldots,\quad 23^h,\quad 24^h,\quad 1^h,\quad 2^h,\quad \ldots,\quad 10^h,\quad 11^h,$$

à l'ouest de Paris :

1° Le *temps moyen local du passage;*

2° L'*ascension droite* et la *déclinaison* avec leurs variations pour 1 minute de longitude;

3° Le *demi-diamètre* et la *durée de son passage au méridien* (exprimée en temps sidéral);

4° La *parallaxe horizontale.*

358. *Éphémérides des planètes.* — L'ascension droite et la déclinaison sont données, à midi moyen de Paris, pour les planètes supérieures; à midi et à minuit moyens pour les planètes inférieures (Mercure et Vénus).

La *Connaissance des Temps* donne, en outre, à l'instant des passages supérieurs au méridien de Paris :

1° L'*heure moyenne du passage* et sa variation pour 1 heure de longitude.

2° L'*ascension droite* et la *déclinaison* avec leurs variations pour 1 heure de longitude. Pour Mercure et Vénus, ces coordonnées sont données également à l'instant des passages inférieurs.

Ces coordonnées sont supprimées, pour les planètes supérieures, lorsqu'elles passent au méridien pendant le jour, parce qu'elles sont alors inobservables.

3° Le *demi-diamètre* et la *durée de son passage* (exprimée en temps sidéral).

4° La *parallaxe horizontale.*

359. *Éphémérides des étoiles.* — L'*ascension droite* $Ⱥ_\star$ et la *déclinaison* $D_\star$ des étoiles sont données par la *Connaissance des Temps* de 10 jours en 10 jours. L'ascension droite et la déclinaison des étoiles voisines des pôles sont données de jour en jour pour les instants de leurs passages supérieurs à Paris.

360. *Tables spéciales.* — La *Connaissance des Temps* renferme également des Tables spéciales permettant d'abréger les calculs.

La *Table I* qui donne la *réfraction astronomique moyenne* R_m en fonction de la hauteur apparente.

La *Table II* qui donne les facteurs numériques f' et f'' par les-

quels il faut multiplier R_m pour en déduire la réfraction correspondant à une température et à une pression atmosphérique déterminées.

La *Table III* qui donne la *parallaxe en hauteur du Soleil* en fonction de la hauteur apparente et de l'époque.

La *Table IV* qui donne la *parallaxe en hauteur des planètes*, en fonction de la hauteur apparente et de la parallaxe horizontale.

La *Table V* qui donne la variation de $Æ_m$ pour un intervalle de temps sidéral quelconque.

La *Table VI* qui donne la variation de $Æ_m$ pour un intervalle de temps moyen quelconque.

361. *Calcul d'un élément de la* Connaissance des Temps. — Nous venons de voir que les divers éléments de la *Connaissance des Temps* sont donnés pour les heures rondes de Paris. Mais, comme on peut avoir besoin de connaître ces éléments à une heure quelconque, il est nécessaire de voir comment on peut déduire, des éléments donnés dans la *Connaissance des Temps*, ceux que l'on a besoin de connaître.

Soient donc T l'heure pour laquelle on veut avoir un élément E; T_0 et E_0 l'heure et l'élément les plus voisins de T et E.

Les intervalles adoptés dans la *Connaissance des Temps* étant toujours choisis assez petits pour que, dans la pratique, on puisse admettre que ces éléments varient proportionnellement au temps, si V_0 représente la variation positive ou négative de l'élément E pendant l'unité de temps, il en résulte que, dans l'intervalle de temps $T - T_0$, cet élément aura varié de $V_0(T - T_0)$; de sorte que l'on aura :

$$E - E_0 = V_0(T - T_0),$$

et, par suite,

$$E = E_0 + V_0(T - T_0). \tag{1}$$

Donc, connaissant E_0, V_0, T et T_0, on obtiendra aisément E.

Inversement, si l'on veut avoir l'heure T qui correspond à la valeur E de l'élément, on aura, d'après la relation précédente,

$$T - T_0 = \frac{E - E_0}{V_0}, \tag{2}$$

formule qui fera connaître la correction $T - T_0$ à ajouter à T_0 pour avoir T.

Les formules (1) et (2) sont celles que l'on utilise constamment dans les calculs : leur emploi ne présente d'ailleurs aucune difficulté.

362. *Remarque.* — L'expérience a montré qu'il est avantageux, lorsque l'on veut calculer un élément E pour une heure T, de partir toujours de l'élément E_0 qui correspond à l'heure ronde T_0 immédiatement inférieure à T. On ajoute alors ou l'on retranche la correction selon que l'élément que l'on calcule va en croissant ou en décroissant avec le temps.

Comme la variation V_0 de l'élément, pour l'époque T_0, donnerait une correction un peu erronée si T différait notablement de T_0, on prend toujours, pour variation de l'élément E, la moyenne des variations V_0 et V_1 qui correspondent aux heures rondes T_0 et T_1 qui comprennent T. On a donc, lorsque l'on procède ainsi :

$$E = E_0 \pm \frac{V_0 + V_1}{2}(T - T_0),$$

la correction étant prise avec le signe + ou le signe — selon que l'élément E, qui correspond à l'heure T, est plus grand ou plus petit que l'élément E_0 qui correspond à l'heure T_0.

Problèmes usuels se résolvant à l'aide de la « Connaissance des Temps ».

363. Problème I. — *Connaissant le temps d'un astre en un lieu donné, calculer le temps de ce même astre en un autre lieu donné.*

1° *L'un des deux lieux est Paris.* — On sait que l'on a algébriquement :

$$Tap = Tag + G,$$

G étant considérée comme négative ou positive selon qu'elle est E ou O.

Nous avons vu d'ailleurs (**172**) que l'on doit, au besoin, ajouter 24 heures à Tag ou retrancher 24 heures à Tap pour que la somme algébrique Tag + G soit positive et moindre que 24 heures.

2° *Les deux lieux sont quelconques.* — On sait que l'on a, algébriquement :

$$Tap = Tag + G = Tag' + G'.$$

On a donc :

$$Tag' = Tag + (G - G') = Tag + g,$$

en désignant par g le *changement en longitude,* ou l'écart des deux

méridiens exprimé en temps, g étant pris négativement ou positivement selon qu'il est E ou O.

Dans cette relation Tag′ devant être positif et moindre que 24 heures, on ajoutera au besoin 24 heures à Tag et l'on retranchera, si c'est nécessaire, 24 heures à Tag′ afin que la somme algébrique Tag + g soit positive et moindre que 24 heures.

364. *Remarque.* — Si l'astre considéré est le Soleil vrai ou le Soleil moyen dont le temps comporte une date, l'addition ou la soustraction de 24 heures doit entraîner, comme on l'a vu, la diminution ou l'augmentation d'une unité pour la date correspondante.

Nous nous souviendrons aussi que, pour préciser un instant à l'aide de l'angle horaire d'un astre, on est convenu de donner à cet angle la date du jour moyen astronomique dans lequel tombe l'instant considéré.

365. Problème II. — *Connaissant le temps moyen d'un lieu, calculer le temps vrai dans le même lieu.*

On sait que :

$$\mathrm{Tvg} = \mathrm{Tmg} + E_m.$$

Pour avoir Tvg, il faut donc calculer E_m qui est donné dans la *Connaissance des Temps* en fonction de Tmp. Or, l'heure Tmg et la longitude G du lieu étant connues, on a :

$$\mathrm{Tmp} = \mathrm{Tmg} + G,$$

en tenant compte de la date.

On calculera donc E_m pour l'heure Tmp en partant de l'élément E_{m_0} qui correspond au midi moyen qui porte la date de Tmp et l'on interpolera comme nous l'avons indiqué précédemment.

366. Problème III. — *Connaissant le temps moyen d'un lieu, calculer le temps sidéral correspondant.*

On sait que :

$$\mathrm{Tsg} = \mathrm{Tmg} + Æ_m.$$

Pour obtenir $Æ_m$, on calculera d'abord Tmp = Tmg + G, puis, entrant dans la *Connaissance des Temps,* on cherchera dans la colonne intitulée : *Temps sidéral à midi moyen,* l'élément $Æ_{m_0}$ au midi moyen qui a la date de Tmp. On aura ensuite

$$Æ_m = Æ_{m_0} + \text{correct. T. VI pour Tmp};$$

$\mathcal{R}_m$ allant en croissant avec Tmp, cette correction sera du reste toujours positive.

367. *Remarque.* — Dans le cas particulier où Tmg = o, on voit que :

$$\text{Tsg} = \mathcal{R}_m.$$

Or, si la date de Tmg est n, on a :

$$\text{le } n, \text{Tmp} = \text{G}$$

si G est Ouest, et :

$$\text{le } (n-1), \text{Tmp} = 24^{\text{h}} - \text{G}$$

si G est Est puisque Tmg = 0^{h} le n est égal à Tmg = 24^{h} le $(n-1)$. On a donc :

$$\text{le } n, \mathcal{R}_m = \mathcal{R}_{m_0} \text{ le } n + \text{Correct. T. VI pour G}$$

si G est Ouest, et :

$$\text{le } (n-1), \mathcal{R}_m = \mathcal{R}_{m_0} \text{ le} (n-1) + \text{Correct. T. VI pour } (24^{\text{h}} - \text{G})$$

si G est Est.

368. Problème IV. — *Connaissant le temps vrai, trouver le temps moyen.*

On sait que

$$\text{Tmg} = \text{Tvg} + \text{E}_v.$$

Il suffit donc de calculer E_v par interpolation pour l'heure de Paris Tvp = Tvg + G.

369. Problème V. — *Connaissant le temps sidéral, trouver le temps moyen.*

On sait que :

$$\text{Tsg} = \text{Tmg} + \mathcal{R}_m.$$

On en déduit

$$\text{Tmg} = \text{Tsg} - \mathcal{R}_m,$$

$\mathcal{R}_m$ étant l'ascension droite moyenne calculée pour l'heure Tsg, ou, ce qui revient au même, pour l'heure Tsp = Tsg + G.

Soit $\mathcal{R}_{m_0} = \text{Tsp}_0$ l'heure sidérale ou l'ascension droite moyenne à 0^{h} temps moyen de Paris, pour la date astronomique considérée :

depuis midi moyen jusqu'à l'heure Tmp qui correspond à l'heure sidérale Tsp, il s'est écoulé un nombre d'heures sidérales :

$$I_s = \text{Tsp} - \text{Tsp}_0,$$

et, comme la Table V donne la variation de $Æ_m$ pour un nombre quelconque d'heures, minutes et secondes de temps sidéral, on a :

$$Æ_m = Æ_{m_0} + \text{Correct. Table V pour } I_s.$$

$Æm$ allant en croissant avec le temps sidéral, cette correction est toujours positive.

370. *Remarque.* — Pour éviter toute erreur de date, il sera bon de calculer la valeur approchée de Tvp au moyen de la relation Tvp = Tvg + G, ce qui est facile, car Tvg est toujours connu au moins approximativement.

371. Problème VI. — *Connaissant le temps moyen, calculer l'angle horaire d'une étoile.*

On sait que :

$$\text{Tsg} = \text{Tmg} + Æ_m = \text{Tag} + Æ_a.$$

On en déduit :

$$\text{Tag} = \text{Tmg} + Æ_m - Æ_a.$$

Comme $Æ_a$ varie très lentement, pour les étoiles, on prendra cet élément *à vue* dans la *Connaissance des Temps,* c'est-à-dire sans faire d'interpolation. Quant à $Æ_m$, cet élément étant donné dans la *Connaissance des Temps* en fonction de Tmp, il sera nécessaire de commencer par calculer Tmp à l'aide de la relation

$$\text{Tmp} = \text{Tmg} + \text{G}.$$

372. Problème VII. — *Connaissant le temps moyen, trouver l'angle horaire de la Lune.*

On sait que l'on a :

$$\text{Tsg} = \text{Tmg} + Æ_m = \text{T☾g} + Æ☾.$$

On en déduit :

$$\text{T☾g} = \text{Tmg} + Æ_m - Æ☾,$$

$Æ_m$ et Æ☾ se calculant aisément par interpolation à l'aide du Tmp

obtenu au moyen de la relation

$$\text{Tmp} = \text{Tmg} + \text{G}.$$

373. Problème VIII. — *Connaissant le temps vrai, trouver l'angle horaire d'un astre.*

On sait que :

$$\text{Tsg} = \text{Tvg} + Æ_v = \text{Tag} + Æ_a.$$

On en déduit :

$$\text{Tag} = \text{Tvg} + Æ_v - Æ_a.$$

Si l'astre considéré est la Lune ou une planète, comme la *Connaissance des Temps* donne l'ascension droite de ces astres en fonction du temps moyen à Paris, on commencera par calculer Tvp = Tvg + G, puis Tmp = Tvp + E_v. On calculera ensuite $Æ_a$ pour l'heure Tmp ainsi obtenue et $Æ_v$ pour l'heure Tvp. Si l'astre considéré est une étoile, on calculera Tvp = Tvg + G, ce qui permettra de calculer $Æ_v$, puis on prendra $Æ_a$ à vue.

374. *Remarque.* — Si l'astre considéré est la Polaire, le problème se simplifie. La Table I de la *Connaissance des Temps* relative à la Polaire donne, en effet, $Æ_v - Æ_a$ pour tous les midis vrais. La Table II indique ensuite la variation de cet élément pour l'heure vraie de Paris. On a donc :

$$\text{Tag polaire} = \text{Tvg} + \text{Table I} + \text{Table II}.$$

375. Problème IX. — *Calculer le temps moyen local du passage du Soleil au méridien.*

On sait que :

$$\text{Tmg} = \text{Tvg} + E_v.$$

Or, au moment du passage méridien, Tvg = 0, de sorte que :

$$\text{Tmg} = E_v.$$

On calculera donc E_v pour l'heure Tvp = 0^h + G, si G est Ouest ou pour l'heure Tvp = 24^h — G, si G est Est.

376. Problème X. — *Calculer le temps moyen local du passage d'une étoile du méridien.*

On sait que l'on a :

$$\text{Tsg} = \text{Tag} + Æ_a = \text{Tmg} + Æ_m.$$

Or, au moment du passage, on a Tag = o. Donc :

$$\text{Tsg} = Æ_a = \text{Tmg} + Æ_m,$$

et, par suite :

$$\text{Tmg} = Æ_a - Æ_m.$$

Il suffit donc de calculer $Æ_m$ pour l'heure Tsg $= Æ_a$, problème que nous savons résoudre (369).

377. Problème XI. — *Calculer le temps moyen local du passage de la Lune au méridien.*

Première méthode. — On sait que :

$$\text{Tsg} = \text{Tmg} + Æ_m = \text{T}☾\text{g} + Æ☾.$$

On en déduit :

$$\text{Tmg} = \text{T}☾\text{g} + Æ☾ - Æ_m,$$

ou, puisque au moment du passage T☾g = o :

$$\text{Tmg} = Æ☾ - Æ_m.$$

Or, la *Connaissance des Temps* donne l'élément $Æ☾ - Æ_m$ pour l'instant du passage de la Lune à chacun des 24 méridiens dans la colonne intitulée *Temps moyen local du passage*.

On prendra donc l'élément $Æ☾ - Æ_m$ pour le passage au méridien G_0 qui précède G; G_1 étant le méridien qui suit G, on calculera la variation de $Æ☾ - Æ_m$ pour un changement de longitude égal à $G_1 - G_0$ et l'on en déduira la variation pour 1^m de longitude : on interpolera ensuite pour le changement en longitude $G - G_0$ exprimé en minutes de temps et dixièmes.

Dans la *Connaissance des Temps*, les longitudes des méridiens étant comptées de 0^h à 24^h vers l'ouest, si l'on a une longitude Est, on aura soin de la transformer au préalable en longitude Ouest en la retranchant de 24 heures.

Deuxième méthode. — La méthode précédente a l'inconvénient de ne pouvoir être appliquée au moment de la nouvelle Lune, la *Connaissance des Temps* ne donnant alors les éléments Æ☾ et D☾ qu'en fonction du temps moyen de Paris.

Or, la *Connaissance des Temps* contient, pages 58 et suivantes, l'heure Tmp du passage de la Lune au méridien de Paris pour chaque jour de l'année. Il peut alors se présenter deux cas :

1° *La longitude de l'observateur est Ouest.* — La longitude étant Ouest, il en résulte que la Lune passera au méridien de Paris avant de passer au méridien de l'observateur. Soient donc Tmp_0 l'heure du passage à Paris le jour considéré, et Tmp_1 l'heure du passage le lendemain : la Lune ayant, entre les deux passages, parcouru 24 heures de longitude, la différence $Tmp_1 - Tmp_0$ représente la variation de l'***heure locale*** du passage pour 24 heures de changement en longitude.

Il en résulte que, pour 1 heure de changement en longitude, l'heure locale du passage varie de $\frac{Tmp_1 - Tmp_0}{24}$ et que, pour une longitude de G heures, cette variation est de $\frac{Tmp_1 - Tmp_0}{24} \times G$. On a donc :

$$\text{Heure moyenne locale du passage} = Tmp_0 + \frac{Tmp_1 - Tmp_0}{24} \times G.$$

2° *La longitude de l'observateur est Est.* — Dans ce cas, la Lune passant au méridien G avant de passer à Paris, si l'on désigne par Tmp_0 l'heure du passage à Paris le jour considéré, et par Tmp_1 l'heure du passage de la veille, en raisonnant comme nous venons de le faire, on trouve aisément que :

$$\text{Heure moyenne locale du passage} = Tmp_0 - \frac{Tmp_1 - Tmp_0}{24} \times G.$$

Cette méthode, un peu moins précise que la précédente, s'applique dans tous les cas : ce sera donc celle-là que nous adopterons. Du reste, la différence entre les résultats fournis par les deux méthodes est insignifiante dans la pratique.

378. Problème XII. — *Calculer le temps moyen local du passage d'une planète au méridien.*

On sait que l'on a :

$$Tsg = Tmg + Æ_m = Tag + Æ_a.$$

Or, au moment du passage méridien $Tag = 0$, de sorte que :

$$Tmg = Æ_a - Æ_m.$$

La *Connaissance des Temps* donne l'élément $Æ_a - Æ_m$ pour les planètes Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne, au moment de

leur passage au méridien supérieur de Paris, sous le nom de *heure du passage;* elle indique de plus la variation de cet élément pour 1 heure de longitude.

Pour obtenir l'heure moyenne du passage au méridien G, on prendra donc l'heure du passage à Paris pour la date astronomique du lieu, et on la combinera avec la correction relative à la longitude exprimée en heures.

Cette correction sera additive si, les heures des passages allant en croissant, la longitude est Ouest, et soustractive si la longitude est Est.

Cette correction sera soustractive si, les heures des passages allant en diminuant, la longitude est Ouest, et additive si la longitude est Est.

II. — DÉTERMINATION DES COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES.

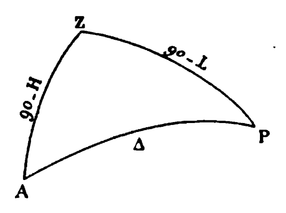
---

379. L'application la plus importante de l'Astronomie est l'utilisation des astres pour la détermination des coordonnées géographiques.

Nous allons voir, en effet, que, si l'on a une hauteur d'astre, un chronomètre donnant l'heure Tmp correspondante et la *Connaissance des Temps,* on peut déterminer la latitude et la longitude du lieu d'observation à un instant quelconque.

Cette détermination est basée sur la résolution du *triangle de position,* c'est-à-dire du triangle PZA (*fig.* 130), formé sur la sphère

Fig. 130.



céleste par le zénith Z de l'observateur, le pôle élevé P et l'astre A. Les trois côtés de ce triangle sont :

PZ = 90 — L, c'est-à-dire la colatitude du lieu, toujours moindre que 90°.

PA = Δ = 90° ± D, distance polaire de l'astre, cet élément étant,

comme on le sait, plus petit ou plus grand que 90°, selon que L et D sont de même nom ou de noms contraires.

$ZA = 90° - H = N$, distance zénithale vraie ou complément de la hauteur vraie de l'astre.

Les trois angles sont :

Z, c'est-à-dire l'azimut de l'astre qui se compte sur l'horizon de 0° à 180° vers l'est ou l'ouest, à partir du point cardinal de même nom que la latitude.

P, angle au pôle, compté de 0^h à 12^h à partir du méridien supérieur. On sait qu'il est égal à l'angle horaire quand l'astre est dans l'ouest, et à son complément à 24^h, lorsque l'astre est dans l'est.

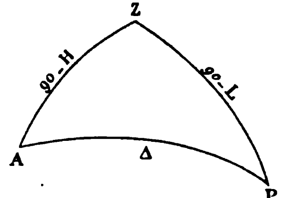
A, angle à l'astre, que l'on utilise très rarement dans les calculs.

Calcul de longitude.

380. Nous avons vu que l'observation des hauteurs méridiennes permettait d'obtenir aisément la latitude d'un lieu.

Supposons donc la latitude de l'observateur connue, au moins approximativement, et, à une heure Tmp donnée par le chronomètre, prenons une hauteur d'astre H_v. A l'aide de l'heure Tmp et de la *Connaissance des Temps* nous pourrons calculer Δ, $Æ_a$ et $Æ_m$ et par

Fig. 131.



suite le triangle de position PZA (*fig.* 131) sera déterminé, puisque nous connaîtrons :

$$PZ = 90° - L, \qquad PA = \Delta, \qquad ZA = 90° - H_v.$$

Nous pourrons donc obtenir l'angle P en écrivant que :

$$\cos ZA = \cos PZ \cos PA + \sin PZ \sin PA \cos ZPA,$$

c'est-à-dire :

$$\sin H_v = \sin L \cos \Delta + \sin \Delta \cos L \cos P.$$

Il en résulte que :

$$\cos P = \frac{\sin H_v - \sin L \cos \Delta}{\sin \Delta \cos L}.$$

Pour rendre cette expression calculable par logarithmes, retranchons ses deux membres de l'unité. Il vient :

$$1 - \cos P = 2 \sin^2 \frac{P}{2} = 1 - \frac{\sin H_v - \sin L \cos \Delta}{\sin \Delta \cos L}.$$

Ou encore, en posant $H_v + L + \Delta = 2S$:

$$\sin \frac{P}{2} = \sqrt{\frac{\cos S \sin (S - H_v)}{\sin \Delta \cos L}}.$$

Nous n'avons pas mis le signe $\pm$ devant le radical, parce que P étant plus petit que 12^h, $\frac{P}{2}$ est moindre que 6^h, de sorte que $\sin \frac{P}{2}$ est toujours positif.

Cette formule est celle de *Borda :* elle permet de calculer l'angle au pôle P en fonction de H_v, L et Δ. Connaissant P on en déduit :

$$\text{Tag} = P, \qquad \text{si l'astre est dans l'ouest,}$$
$$\text{Tag} = 24^h - P, \qquad \text{si l'astre est dans l'est.}$$

Enfin, connaissant Tag, on a :

$$\text{Tag} + Æ_a = \text{Tmg} + Æ_m,$$

et, par suite,

$$\text{Tmg} = \text{Tag} + Æ_a - Æ_m.$$

Tmg étant alors connu, comme le chronomètre donne Tmp, de la relation algébrique :

$$\text{Tmp} = \text{Tmg} + G$$

on déduira :

$$G = \text{Tmp} - \text{Tmg},$$

la longitude ainsi obtenue étant E *ou* O, *selon que* Tmp *sera plus petit ou plus grand que* Tmg.

381. *Remarque* I. — Il est facile de voir que la quantité placée sous le radical est toujours positive, c'est-à-dire que la formule de Borda donne pour l'angle P une valeur réelle.

En effet, Δ et L étant des éléments l'un moindre que 180°, l'autre moindre que 90°, $\sin \Delta$ et $\cos L$ sont toujours positifs.

Cos S est aussi toujours positif, car le triangle PZA donne :

$$PA < PZ + ZA,$$

c'est-à-dire :

$$\Delta < 90^\circ - L + 90^\circ - H_v.$$

ou encore :

$$2S = L + H_v + \Delta < 180^\circ,$$

et, par suite,

$$S < 90^\circ.$$

Enfin, $\sin(S - H_v)$ est aussi toujours positif, car le triangle PZA donne également :

$$PZ < PA + AZ,$$

c'est-à-dire :

$$90^\circ - L < \Delta + 90^\circ - H_v,$$

ou encore :

$$2(S - H) = \Delta + L - H_v > 0,$$

et, par suite,

$$S - H_v > 0.$$

Comme $S - H_v$ est aussi certainement $< 180^\circ$, il en résulte bien que $\sin(S - H_v)$ est toujours positif.

Tous les termes qui figurent sous le radical étant positifs, ce radical est donc réel.

382. *Remarque II.* — Le calcul de l'angle P est appelé fréquemment un *calcul d'heure* parce qu'il permet de déterminer l'angle horaire astronomique d'un astre dont on observe la hauteur.

383. *Circonstances favorables au calcul de longitude (ou au calcul d'heure).* — Les circonstances favorables au calcul de longitude sont évidemment celles où une erreur sur les données influe le moins possible sur la valeur de P. La formule de Borda renfermant les éléments L, H_v et Δ, examinons successivement les influences des erreurs commises sur chacun d'eux.

384. *Erreur sur la latitude.* — Considérons la sphère céleste et soient T le centre de la Terre (*fig.* 132), Z le zénith vrai, P le pôle élevé, A l'astre et QQ' l'équateur.

Si nous supposons que la latitude qui figure dans la formule de Borda soit trop faible de l', il est clair que le zénith erroné Z' se trouvera au point d'intersection du parallèle $\alpha\beta$, dont la latitude est $L - l$ et du petit cercle décrit de A comme pôle, avec $AZ = N = 90^\circ - H_v$ pour rayon sphérique.

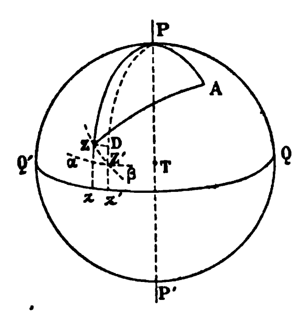
L'erreur commise sur P est donc l'angle ZPZ' qui est mesuré sur

l'équateur par l'arc zz' et que nous désignerons par p. On a par conséquent, dans le cas de la figure :

$$p = -zz',$$

puisque ZPA est plus grand que Z'PA. Pour calculer zz' menons

Fig. 132.



le parallèle ZD : les arcs zz' et ZD étant semblables, on sait que l'on peut écrire :

$$zz' = \text{ZD}\,\text{séc}\,z\text{Z} = \frac{\text{ZD}}{\cos \text{L}}.$$

Or, le triangle ZDZ' étant très petit, peut être considéré comme plan et donne :

$$\text{ZD} = \text{DZ}' \cot \text{DZZ}',$$

c'est-à-dire, puisque $\text{DZ}' = -l$ et $\text{DZZ}' = \text{Z}$:

$$\text{ZD} = -l \cot \text{Z}.$$

On a donc finalement :

$$p = \frac{l \cot \text{Z}}{\cos \text{L}},$$

résultat que nous trouverions également en supposant que l'on ait commis une erreur $+l$ sur la latitude.

Cette relation est donc générale et montre que, pour un lieu de latitude donnée L, l'erreur p sur l'angle au pôle, provenant d'une erreur $\pm l$ sur la latitude, sera minima en même temps que cotZ, c'est-à-dire quand Z sera le plus voisin possible de 90°.

Une latitude inexacte influera donc d'autant moins sur le calcul de longitude que l'astre sera plus voisin du premier vertical.

Si l'astre passait au premier vertical au moment de l'observation, on aurait, quel que soit l :

$$p = 0.$$

Donc, en observant un astre qui passe au premier vertical, une erreur sur la latitude est sans influence sur le calcul de l'angle au pôle P, et, par suite, sur la détermination de la longitude.

385. *Remarque.* — La Table III de Perrin, que nous expliquerons en détail dans le *Cours de Navigation,* donne, toute calculée, la valeur de l'expression :

$$p' = \frac{\cot Z}{\cos L},$$

de sorte que l'on a :

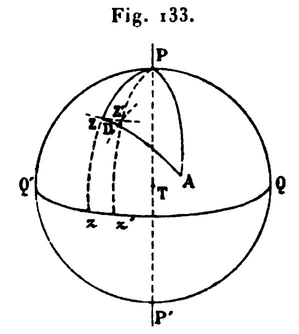
$$p = p' \times l.$$

L'expression $p' = \frac{\cot Z}{\cos L}$ s'appelle le *coefficient Pagel :* il représente la variation de l'angle au pôle pour $+ 1'$ de variation de la latitude. Cet élément est aussi donné par la Table XXXIII de Friocourt.

386. *Erreur sur la hauteur.* — Supposons maintenant que l'on ait pris une hauteur trop forte de h minutes et soient encore P le pôle élevé (*fig.* 133), QQ' l'équateur, Z le zénith exact et A la position de l'astre.

Il est clair que nous obtiendrons la position erronée Z' du zénith

Fig. 133.



en traçant de A comme pôle, avec un rayon sphérique AD égal à $[90° - (H_v + h)]$, un petit arc de cercle jusqu'à sa rencontre en Z' avec le parallèle de latitude L. L'erreur p commise sur l'angle au pôle est donc, dans le cas de la figure :

$$p = -zz'.$$

Or les arcs zz' et ZZ' étant semblables,

$$zz' = \frac{ZZ'}{\cos L},$$

et comme dans le petit triangle ZZ′D, que l'on peut considérer comme plan, on a :

$$ZD = ZZ'\cos(Z - 90°) = ZZ'\cos(90° - Z) = ZZ'\sin Z,$$

il en résulte que :

$$ZZ' = \frac{+h}{\sin Z},$$

et, par suite,

$$p = \frac{-h}{\sin Z \cos L},$$

relation que nous aurons trouvée également en supposant une erreur $-h$ sur H_v.

Cette relation est donc générale et montre que, pour un lieu de latitude donnée L, une erreur sur H_v influera d'autant moins sur P que $\sin Z$ sera plus grand, c'est-à-dire que Z sera plus voisin de 90°.

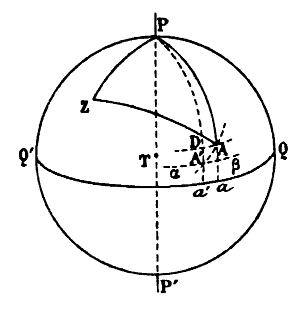
Donc l'erreur commise sur H_v aura une influence minima sur le calcul de P, quand l'astre sera le plus voisin possible du premier vertical.

Si l'astre passait au premier vertical au moment de l'observation, l'erreur aurait pour expression :

$$p = \frac{-h}{\cos L}.$$

387. *Erreur sur la distance polaire.* — Supposons, pour fixer les idées, que l'on ait pris une distance polaire trop forte de δ minutes,

Fig. 134.



et soient P le pôle élevé (*fig.* 134), QQ′ l'équateur, Z le zénith exact et A l'astre.

Par suite de l'erreur δ, la position erronée A′ de l'astre se trouvera à l'intersection des petits cercles décrits de Z et P comme pôles, avec des rayons égaux respectivement à $90° - H_v$ et à $\Delta + \delta$, de sorte que

l'on a, dans le cas de la figure :

$$p = -aa'.$$

Or, les arcs aa' et AD étant semblables :

$$aa' = \mathrm{AD}\,\mathrm{séc}\,a\mathrm{A} = \frac{\mathrm{AD}}{\cos a\mathrm{A}} = \frac{\mathrm{AD}}{\cos(90^\circ - \Delta)},$$

c'est-à-dire :

$$p = \frac{-\mathrm{AD}}{\sin\Delta}.$$

De plus, le triangle ADA′ étant très petit, peut être considéré comme rectiligne et plan, et donne :

$$\mathrm{AD} = \mathrm{DA}' \cot \mathrm{DAA}',$$

c'est-à-dire :

$$\mathrm{AD} = \delta \cot \mathrm{A}.$$

On a donc :

$$p = \frac{-\delta \cot \mathrm{A}}{\sin\Delta},$$

expression qui nous montre que l'erreur p provenant de l'erreur δ sera minima, pour un astre donné, lorsque l'angle à l'astre sera minimum, c'est-à-dire lorsque A sera le plus voisin possible de 90°.

Mais, si l'on remarque que :

$$\frac{\sin \mathrm{A}}{\cos \mathrm{L}} = \frac{\sin \mathrm{Z}}{\sin\Delta},$$

on voit que, pour un même lieu et un même astre, Z et A atteignent en même temps leurs valeurs maxima et minima.

Il en résulte que A sera le plus voisin possible de 90° quand l'astre sera le plus voisin possible du premier vertical.

Calcul de latitude.

388. Supposons que, nous trouvant dans un lieu de longitude connue G mais de latitude inconnue L, nous observions un astre quelconque à une heure Tmp de Paris, donnée par un chronomètre. A l'aide de l'heure Tmp nous pourrons calculer les éléments :

$$\Delta, \quad Æ_m, \quad Æ_a,$$

et, par suite, nous aurons :

$$\mathrm{Tmp} + Æ_m = \mathrm{Tap} + Æ_a,$$

d'où :

$$\text{Tap} = \text{Tmp} + Æ_m - Æ_a.$$

Tap étant connu, on en déduira :

$$\text{Tag} = \text{Tap} - G,$$

de sorte que l'on pourra poser :

$$P = \text{Tag},$$

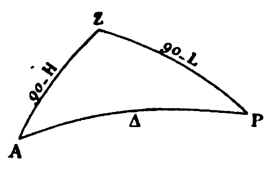
si l'astre a été observé dans l'ouest et :

$$P = 24^h - \text{Tag},$$

si l'astre a été observé dans l'est.

Ceci posé, soit PZA (*fig.* 135) le triangle de position. Dans ce

Fig. 135.



triangle, nous connaissons maintenant :

$$P, \qquad PA = \Delta, \qquad ZA = 90 - H_v.$$

Ce triangle est donc déterminé, et l'on a la relation :

$$\sin H_v = \sin L \cos\Delta + \sin\Delta \cos L \cos P,$$

où la seule inconnue est L.

Pour calculer L, nous remarquerons que l'on peut écrire :

$$\sin H_v = \cos\Delta(\sin L + \operatorname{tang}\Delta \cos P \cos L),$$

de sorte que, si l'on pose :

$$(1) \qquad \operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\Delta \cos P,$$

la relation précédente devient, toutes réductions faites :

$$\sin H_v = \frac{\cos\Delta \sin(L + \varphi)}{\cos\varphi}.$$

On en déduit :

$$(2) \qquad \sin(L + \varphi) = \frac{\sin H_v \cos\varphi}{\cos\Delta}.$$

φ étant connu par la relation (1), $L + \varphi$ sera obtenu aisément à

l'aide des Tables. D'ailleurs, comme $L + \varphi$ est donné par son sinus, on trouvera pour cet arc deux valeurs supplémentaires, mais comme on connaît toujours approximativement L, il sera facile de voir quelle est celle de ces deux valeurs qu'il faut choisir.

389. *Remarque.* — Au lieu de mettre $\cos\Delta$ en facteur dans la relation :

$$\sin H_v = \sin L \cos\Delta + \sin\Delta \cos L \cos P,$$

on aurait pu mettre $\sin\Delta \cos P$ et écrire :

$$\sin H_v = \sin\Delta \cos P \left(\frac{\sin L \cos\Delta}{\sin\Delta \cos P} + \cos L\right),$$

c'est-à-dire :

$$\sin H_v = \sin\Delta \cos P \left(\frac{\sin L}{\operatorname{tang}\Delta \cos P} + \cos L\right),$$

de sorte qu'ayant posé :

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\Delta \cos P,$$

on aurait eu, toutes réductions faites :

$$\sin H_v = \frac{\sin\Delta \cos P \sin(L + \varphi)}{\sin\varphi}.$$

Il en résulte que :

(2') $$\sin(L + \varphi) = \frac{\sin H_v \sin\varphi}{\sin\Delta \cos P}.$$

On trouve ainsi une expression de $\sin(L + \varphi)$ différente de celle que nous avons trouvée plus haut, mais il est facile de voir que les formules (2) et (2') se déduisent l'une de l'autre.

Puisque nous avons posé, en effet :

$$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\Delta \cos P = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi},$$

il en résulte que :

$$\sin\varphi = \operatorname{tang}\Delta \cos P \cos\varphi,$$

de sorte que, si l'on remplace $\sin\varphi$ par cette expression dans la relation (2'), il vient :

$$\sin(L + \varphi) = \frac{\sin H_v \operatorname{tang}\Delta \cos P \cos\varphi}{\sin\Delta \cos P} = \frac{\sin H_v \cos\varphi}{\cos\Delta}.$$

Les formules (2) et (2') sont donc, au fond, identiques.

390. *Circonstances favorables au calcul de latitude.* — Les

circonstances sont évidemment favorables au calcul de latitude lorsque les erreurs commises sur les données influent le moins possible sur le résultat. Les données étant ici P, H_v et Δ, nous allons examiner successivement les influences des erreurs commises sur chacun de ces éléments.

391. *Erreur sur l'angle au pôle.* — Supposons que H_v et Δ soient exacts, mais que P soit erroné. L'erreur p étant mesurée par l'arc d'équateur zz' (*fig.* 136), on aura dans le cas de la figure :

$$p = -zz',$$

puisque zPA est plus grand que z'PA. Calculons donc zz'.

Les arcs zz' et ZD étant semblables, on a :

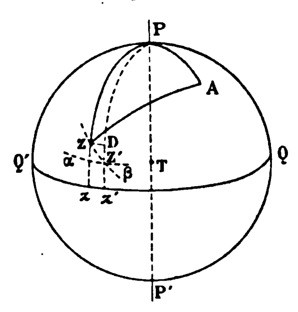
$$zz' = \text{ZD séc} z\text{Z} = \frac{\text{ZD}}{\cos \text{L}}$$

et, par suite :

$$p = -zz' = \frac{-\text{ZD}}{\cos \text{L}}.$$

Or, le triangle ZDZ' étant très petit, peut être considéré comme

Fig. 136



rectiligne et, comme il est rectangle en D, on a :

$$\text{ZD} = \text{Z'D} \cot \text{DZZ'},$$

et puisque :

$$\text{Z'D} = -l, \qquad \text{DZZ'} = \text{Z},$$

il en résulte que :

$$\text{ZD} = -l \cot \text{Z},$$

et, par suite,

$$p = +\frac{l \cot \text{Z}}{\cos \text{L}}.$$

On en déduit :

$$l = p\frac{\cos \text{L}}{\cot \text{Z}} = p \cos \text{L} \operatorname{tang} \text{Z}.$$

Cette relation nous montre que, pour un lieu de latitude donnée L, une erreur sur l'angle au pôle influera d'autant moins que tang Z sera plus petite, c'est-à-dire que Z sera plus voisin de 0° ou de 180°.

Donc une erreur sur P sera d'autant moins à craindre, pour un calcul de latitude, que l'astre sera plus voisin du méridien.

Si l'on observe au moment du passage, tang Z étant égale à zéro, on aura :

$$l = 0.$$

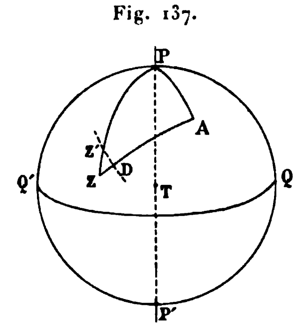
On voit donc que, si l'on observe un passage méridien, une erreur quelconque sur P sera sans influence sur la détermination de L.

Il sera, par suite, particulièrement avantageux, pour obtenir la latitude, d'observer des passages méridiens ou, à défaut, des circumméridiennes ou la polaire. Nous étudierons ces divers cas particuliers dans le *Cours de Navigation*.

392. *Erreur sur la hauteur.* — Supposons maintenant que Δ et P soient exacts, mais que H_v soit erronée de h en plus.

Considérons la sphère céleste et soient P (*fig.* 137) le pôle élevé,

Fig. 137.



A l'astre et Z le zénith vrai. De A comme pôle, avec $AD = 90 - (H_v + h)$ comme rayon sphérique, décrivons un petit arc de cercle et soit Z' le point d'intersection de ce cercle avec PZ : Z' est donc le zénith erroné par suite de l'erreur h et ZZ' représente l'erreur sur L. Dans le cas de la figure, on voit que :

$$ZZ' = + l, \qquad ZD = + h.$$

Or, le triangle ZZ'D donne :

$$ZD = ZZ' \cos Z,$$

c'est-à-dire :

$$h = l \cos Z.$$

On en déduit :

$$l = \frac{h}{\cos Z},$$

relation qui nous montre que, pour une erreur h commise sur la hauteur, l'erreur l sur la latitude sera d'autant moins forte que $\cos Z$ sera plus petit, c'est-à-dire que Z sera plus voisin de 0° ou de 180°.

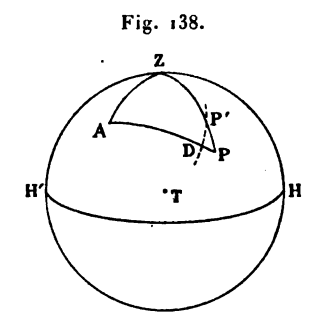
L'influence de l'erreur h est, par suite, minima au moment du passage méridien. A ce moment, $\cos Z$ étant égal à 1, on a :

$$l = h,$$

c'est-à-dire que l'erreur sur H_v se reporte intégralement sur L.

393. *Erreur sur la distance polaire.* — Supposons enfin que la hauteur H_v soit exacte, mais que la distance polaire Δ soit erronée de δ minutes. Soient Z (*fig.* 138) le zénith vrai, A la position exacte

Fig. 138.



de l'astre et P le pôle élevé. Si nous supposons, pour fixer les idées, que l'erreur sur Δ soit négative, il est clair que le pôle erroné P' sera le point d'intersection du méridien ZP et du cercle décrit de A comme pôle avec $AD = \Delta - \delta$ comme rayon sphérique.

L'erreur sur la latitude est donc représentée par PP' et l'on voit que, dans le cas de la figure, cette erreur est positive. Or, le triangle PDP' étant très petit et rectangle en D, peut être considéré comme rectiligne et donne :

$$DP = PP' \cos P.$$

Mais, puisque :

$$DP = -\delta, \qquad PP' = +l,$$

il en résulte que :

$$-\delta = l \cos P,$$

de sorte que, finalement,

$$l = \frac{-\delta}{\cos P}.$$

Cette relation nous montre que, pour une erreur δ commise sur la distance polaire, l'erreur l sera minima lorsque $\cos P$ sera maximum, c'est-à-dire lorsque P sera égal à 0^h ou à 12^h. L'influence de l'erreur δ est donc minima au moment du passage méridien. A cet instant on a :

$$l = -\delta,$$

ce qui montre que l'erreur sur Δ se reporte intégralement sur L, mais avec un signe contraire.

394. *Remarque.* — De tout ce que nous avons vu dans ce dernier Paragraphe, il résulte que :

Pour obtenir une bonne longitude on doit observer, autant que possible, dans le voisinage du premier vertical; pour obtenir une bonne latitude il faut, au contraire, observer dans le voisinage du méridien.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

TABLE DES MATIÈRES.

CHAPITRE II.

MOUVEMENT DIURNE. LA TERRE. L'ATMOSPHÈRE.

CHAPITRE III.

SPHÈRE CÉLESTE RATIONNELLE.

CHAPITRE IV.

LE SOLEIL.

III. — *Forme et dimensions du Soleil. Phénomènes divers.*

IV. — *Mesure du temps par le Soleil.*

CHAPITRE V.

LA LUNE.

CHAPITRE VI.

LES ÉTOILES. LES PLANÈTES. LES COMÈTES.

CHAPITRE VII.

PRÉVISION DES MOUVEMENTS CÉLESTES. APPLICATION A LA DÉTERMINATION DES COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DE LA PREMIÈRE PARTIE.

33507 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, quai des Augustins, 55.

ERRATA DU TOME I.

Pages.	Lignes.	Au lieu de	Lisez
4	19	Z'	z'
16	dernière	$n = \frac{n'}{}$	$x = \frac{n'}{n}$
35	13	$a\omega K$	$a\omega k$
36	22	objectif	objet
39	2	voit	voie
39	27	$\frac{\omega k}{\omega' k'}$	$\frac{\omega k'}{\omega' k'}$
46	25	ZOZ'	ZHZ'
48	2 et 4	cavités	calottes
52	19	R sin i''	R sin 1''
58	6	pendules	horloges
58	7	balancier	pendule
70	33	hypothèse	conclusion
71	3	Tσ	To
81	30	dit	cru
87	18	au-dessous	au-dessus
89	8	la question	cette question
106	4	ont convenu	sont convenus
124	11	niveau d'eau	niveau à bulle d'air
134	23	avaient convenu	étaient convenus
137	22	γ	λ
143	21	aux rayons	aux carrés des rayons
143	24	angulaire est	angulaire du Soleil est
150	5	ainsi	aussi
159	10	H'S'	H'S'_1
164	16 et 20	incliné, confondu	inclinée, confondue
166	27	inférieur	supérieur
167	19	unité	unité, en ajoutant le mot *matin*.
168	29	15^h le n	16^h le n
174	*fig.* 97	»	E' à gauche, E à droite
177	20	brumaire, nivôse	brumaire, frimaire, nivôse,
189	11	☊L	☊K
190	6	astre à équinoxe	astre à la longitude de l'équinoxe
190	13	48^m	43^m
190	18	à la même étoile ou à	à la longitude de la même étoile ou de
206	2	La Lune	La Terre
207	11	la	sa
211	24	la Lune	la Terre
213	29	29 ... 41	41 ... 29
242	20	*effacer les mots :* à un instant quelconque.	
248	18	$p -$	$p =$

N.-B. — Il est essentiel que le lecteur effectue toutes les corrections précédentes.

CONSTAN, I (p. 265).

CHAPITRE V.

LA LUNE.

CHAPITRE VI.

LES ÉTOILES. LES PLANÈTES. LES COMÈTES.

CHAPITRE VII.

PRÉVISION DES MOUVEMENTS CÉLESTES. APPLICATION A LA DÉTERMINATION DES COORDONNÉES GÉOGRAPHIQUES.




3 2044 074 416 447